ثانوية
سلمان الفارسي
بنين

مذكرة الصف
الثاني عشر علمي

مادة
الرياضيات

أسئلة امتحانات
وإجاباتها النموذجية

العام الدراسي
2022-2021

الفترة الأولى

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(عدد صفحات الامتحان:11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/ 2020 م

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1 - cosx}$$

الحل :

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$

(7 درجات)

الحل :

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ (7 درجات)

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تتنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

(7 درجات)

الحل :

معلق

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : \quad x\leq 2 \\ 4x-3 & : \quad x>2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت : $n = 20 \ , \quad \bar{x} = 40 \, , \quad S = 7$ (6 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

معلق

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت $= 5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$ [redacted] $\frac{dy}{dx} =$

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدت [redacted] ساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته $12 - x^2$

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لد [redacted] 2.

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\lim\limits_{x\to-3} \frac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}$ يساوي

$(a)\ -9$ $(b)\ -3$ $(c)\ 0$ $(d)\ 9$

(6) لتكن الدالة f : $g(x) = x^2-3, f(x) = \sqrt{x^2+7}$ فإن $(f\circ g)(0)$ يساوي

$(a)\ 1$ $(b)\ -1$ $(c)\ 4$ $(d)\ -4$

(7) إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{ax^2+bx+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم $a\ ,\ b$ هي

$(a)\ \ a=0\ ,b=6$ $(b)\ \ a=0\ ,b=-6$

$(c)\ \ a=6\ ,b=0$ $(d)\ \ a=-6\ ,b=0$

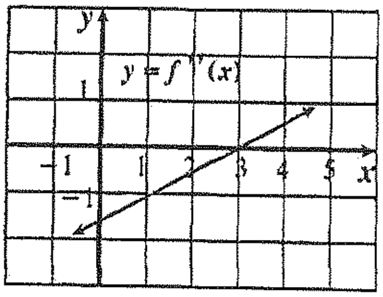
(8) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

$(a)\ \left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ $(b)\ (5,\infty)$ $(c)\ R$ $(d)\ (-5,5)$

(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

$(a)\ f(x) = x^3 + 5x$ $(b)\ f(x) = 4x^2 - 2x^4$

$(c)\ f(x) = x^3$ $(d)\ f(x) = (x-2)^4$



(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من

معلق

المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى

$(b)\quad (3,\infty)$

$(c)\quad (-1,4)$ $(d)\quad (3,5)$

---

(11) الدالة k : $k(x) = -|x^2-4|$ لها

معلق

(a) نقطتان حرجتان فقط

قيمة صغرى مط

(c) قيمة عظمى مطلقة

(d) ليس أيا مما سبق

---

(12) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(a) ناب (b) ركن

(c) مماس عمودي (d) غير متصلة

---

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى : $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

$(a)\ -5$ $(b)\ \frac{-1}{5}$ $(c)\ \frac{1}{5}$ $(d)\ 5$

---

(14) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : \ x \geq 1 \\ 4x - 1 & : \ x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو

$(a)\ \{1\}$ $(b)\ [1,\infty)$ $(c)\ \mathbb{R}$ $(d)\ \mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(2)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(3)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(4)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(5)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(6)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(7)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(8)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(9)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(10)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(11)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(12)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(13)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**
(14)	**(a)**	**(b)**	**(c)**	**(d)**

$\frac{\quad}{14}$

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(عدد صفحات الامتحان:11 صفحة)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2019/ 2020 م

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^2}{1-\ cosx}$ (7 درجات)

الحل :

$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^2}{1-\ cosx} = \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2}{1-\ cosx}\cdot\dfrac{1+cosx}{1+\ cosx}\right)$	1
$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2(1+cosx)}{1-\ cos^2x}\right)$	1
$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2(1+cosx)}{sin^2x}\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim\limits_{x\to0}\left(\left(\dfrac{x^2}{sin^2x}\right)\cdot(1+cosx)\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim\limits_{x\to0}\left(\left(\dfrac{x}{sinx}\right)^2\cdot(1+cosx)\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x}{sinx}\right)^2\cdot\ \lim\limits_{x\to0}(1+cosx)$	$\frac{1}{2}$
$= \left(\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{sinx}\right)^2\cdot\left(\lim\limits_{x\to0}(1)+\ \lim\limits_{x\to0}cosx\right)$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$= (1)^2 \times (1+1)$	1
$= 1 \times 2 = 2$	$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

$$\frac{x^2 - 3x}{|x|} = \begin{cases} \dfrac{x(x-3)}{x} & : x > 0 \\ \dfrac{x(x-3)}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$ 1

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x - 3 & : x > 0 \\ -x + 3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$ 1

$$f(0) = -3$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x - 3) = -3$$ 1

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (-x + 3) = 3$$ 1

$$\because \lim_{x \to 0^+} f(x) \neq \lim_{x \to 0^-} f(x)$$ 1

$\therefore \lim_{x \to 0} f(x)$ ليست موجودة 1

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x = 0$ 1

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$ (7 درجات)

الحل:

بفرض أن $f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$ 1

$$=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

عندما $x>0$ يكون $|x|=x$ $$=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

بشرط $x\neq 0$ $$=\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

$$\because \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$$ $\frac{1}{2}$

$$=1+0-0=1 \quad , \; 1>0$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1 \quad ,1\neq 0$$ 1

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}=1-0=1$$ $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

$$=\frac{1}{1}=1$$ $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ (7 درجات)

عند $x = 2$

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{8}{4+x^2}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-8(2x)}{(4+\ x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+\ x^2)^2}$$ 2

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \left[\frac{-16x}{(4+\ x^2)^2}\right]_{x=2} = \frac{-16(2)}{(4+\ (2)^2)^2} = \frac{-1}{2}$$ 1

ميل المماس لمحنى الدالة يساوي $\frac{-1}{2}$ 1

$$\because x = 2 \quad , \quad \therefore y = \frac{8}{4+(2)^2} = 1$$ 1

معادلة المماس لمحنى الدالة : $y - y_1 = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} \cdot \ (x - x_1)$ 1

$$y - 1 = \left(\frac{-1}{2}\right)(x-2)$$ 1

$$y - 1 = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$y = \frac{-1}{2}x + 2$$

وزارة التربية - التوجيه الفني العام للرياضيات

الكنترول العلمي - وزارة التربية - CONTROL

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ (7 درجات)

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1) ∵ f دالة كثيرة الحدود

∴ f متصلة و قابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

نوجد النقاط الحرجة : $f'(x) = 3x^2 - 12$ $\frac{1}{2}$

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$ $\frac{1}{2}$

$x = 2 \quad , x = -2$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

∴ النقاط الحرجة هي :

$(-2, f(-2)) = (-2,11)$ $\frac{1}{2}$

$(2, f(2)) = (2,-21)$ $\frac{1}{2}$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

$-\infty \quad -2 \quad 2 \quad \infty$

الفترات	$(-\infty,-2)$	$(-2,2)$	$(2,\infty)$
إشارة f'	+ + +	− − −	+ + +
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

1

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty,-2)$ و الفترة $(2,\infty)$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

و متناقصة على الفترة $(-2,2)$ $\frac{1}{2}$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و هي $f(-2) = 11$ $\frac{1}{2}$

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ و هي $f(2) = -21$ $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\frac{1}{2} , 2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل : (7 درجات)

لتكن الدالة g : $g(x) = x$

الدالة g دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

الدالة h : $h(x) = \frac{1}{x}$

الدالة h حدودية نسبية متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$ $\frac{1}{2}$

∴ دالة الجمع f حيث $f(x) = g(x) + h(x)$ هي دالة متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$ $\frac{1}{2}$

∴ الدالة f متصلة [redacted] $\frac{1}{2}$

∴ شروط $\frac{1}{2}$

∴ يوجد على الأقل $c \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ بحيث $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{f(2) - f(\frac{1}{2})}{2 - \frac{1}{2}}$$

$f(2) = \frac{5}{2}$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \longrightarrow f'(c) = 1 - \frac{1}{c^2}$ $\frac{1}{2}$

$1 - \frac{1}{c^2} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \longrightarrow 1 - \frac{1}{c^2} = 0$ ∴ $c^2 = 1 \Longrightarrow c = \pm 1$ 1

$c = 1 \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$, $c = -1 \notin \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 1

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = 1$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ، $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ $\frac{1}{2}$

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : \; x\le 2 \\ 4x-3 & : \; x>2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (8 درجات)

الحل :

مجال الدالة : $D_f=(-\infty,2]\cup(2,\infty)=\mathbb{R}$ $\qquad \frac{1}{2}$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \; x<2 \\ \text{تبحث} & : \; x=2 \\ 4 & : \; x>2 \end{cases} \qquad \frac{1}{2}$$

$$f(2)=2^2+1=5 \qquad \frac{1}{2}$$

(إن وجدت)

$$f'_{-}(2)=\lim_{x\to2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$=\lim_{x\to2^-}\frac{x^2+1-5}{x-2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$=\lim_{x\to2^-}\frac{x^2-4}{x-2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$=\lim_{x\to2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to2^-}(x+2)=4 \qquad 1$$

(إن وجدت)

$$f'_{+}(2)=\lim_{x\to2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$=\lim_{x\to2^+}\frac{4x-3-5}{x-2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$=\lim_{x\to2^+}\frac{4x-8}{x-2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$=\lim_{x\to2^+}\frac{4(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to2^+}4=4 \qquad 1$$

$$f'_{-}(2)=f'_{+}(2)=4 \qquad \frac{1}{2}$$

$$\therefore f'(2)=4 \qquad \frac{1}{2}$$

$$\therefore\; f'(x)=\begin{cases} 2x & : x\le 2 \\ 4 & : x>2 \end{cases} \qquad \frac{1}{2}$$

تابع السؤال الرابع:

b) إذا كانت : $n = 20\ ,\quad \bar{x} = 40\ ,\quad S = 7$ (6 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

$n = 20\ ,\quad \bar{x} = 40\ ,\quad S = 7$

(1) صياغة الفروض :

$H_0 \colon \mu = 35$ مقابل $H_1 \colon \mu \neq 35$ $\frac{1}{2}$

(2) $\because$ σ غير معلومة ، $n < 30$ $\frac{1}{2}$

نستخدم المقياس [redacted] $\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2}$

(3) $\because n = 20$ درجات الحرية $n - 1 = 20 - 1 = 19$ $\frac{1}{2}$

مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ $\frac{1}{2}$

من جدول توزيع t : $\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$ $\frac{1}{2}$

(4) منطقة القبول هي : $(-2.093\ , 2.093)$ $\frac{1}{2}$

(5) اتخاذ القرار الإحصائي : $\because 3.194 \notin (-2.093\ , 2.093)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ القرارنرفض فرض العدم $\mu = 35$ و نقبل الفرض البديل $\mu \neq 35$ $\frac{1}{2}$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت $\frac{dy}{dx} =$ [redacted] $= 5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدت [redacted] أساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته [redacted] $= 12 - x^2$

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدر [redacted] 2.0

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\lim\limits_{x\to-3} \frac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}$ يساوي

$(a)\ -9$ $(b)\ -3$ $(c)\ 0$ $(d)\ 9$

(6) لتكن الدالة f : $g(x) = x^2-3, f(x) = \sqrt{x^2+7}$ فإن $(f\circ g)(0)$ يساوي

$(a)\ 1$ $(b)\ -1$ $(c)\ 4$ $(d)\ -4$

(7) إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{ax^2+bx+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم $a\ ,\ b$ هي

$(a)\ \ a=0\,,b=6$ $(b)\ \ a=0\,,b=-6$

$(c)\ \ a=6\,,b=0$ $(d)\ \ a=-6\,,b=0$

(8) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

$(a)\ \left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ $(b)\ (5,\infty)$ $(c)\ R$ $(d)\ (-5,5)$

(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$ (a) $f(x) = x^3 + 5x$

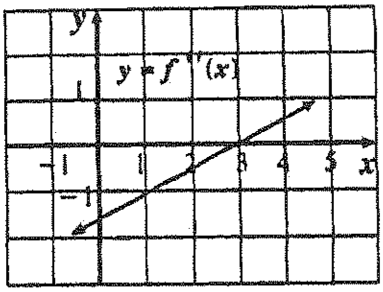
(d) $f(x) = (x-2)^4$ (c) $f(x) = x^3$

---

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة و الشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن [redacted] ترة

(b) $(3,\infty)$

(d) $(3,5)$ (c) $(-1,4)$



---

(11) الدالة k : [redacted] $-|x^2-4|$

قيمة صغرى (a) نقطتان حرجتان فقط

(d) ليس أيا مما سبق (c) قيمة عظمى مطلقة

---

(12) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(b) ركن (a) ناب

(d) غير متصلة (c) مماس عمودي

---

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى : $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

(d) 5 (c) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{-1}{5}$ (a) -5

---

(14) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو

(d) $\mathbb{R} - \{1\}$ (c) $\mathbb{R}$ (b) $[1,\infty)$ (a) $\{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	■	(c)	(d)
(2)	■	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	■	(c)	(d)
(4)	■	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	■
(6)	(a)	(b)	■	(d)
(7)	■	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	■	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	■
(10)	■	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	■	(d)
(12)	(a)	■	(c)	(d)
(13)	■	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	■	(d)

14

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 13 صفحة

القسم الأول : أسئلـة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

(6 درجات)

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \ , \quad g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0, 1)$

14

السؤال الثاني :

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1\ ,\ 1]$

تابع السؤال الثاني: **(7 درجات)**

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن

$$y' = (y \,.\, cscx)^2$$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-5}{\sqrt{x^2-2x-3}}$$

(8 درجات)

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$
ثم ارسم بيانها (9 درجات)

تابع السؤال الرابع: (5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

معلق

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to 0}\frac{4x^2+5\sin^2 x}{3x^2}=3$

(2) إذا كانت $\lim_{x\to -\infty}\frac{ax^3+bx^2+4}{3x^2-2x+1}=-1$ فإن $a=-3\ ,\ b=-2$

(3) الدالة f : $f(x)=x\,|x|$ قابلة للإشتقاق $\forall x\in\mathbb{R}$

(4) الدالة f: $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ تحقق شرو [redacted] الفترة $[-1,2]$

ثانياً : في البنود (5 -14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\frac{3}{\sqrt{2x-1}}$ فإن $f'(1)$ تساوي

$(a)\ -\frac{3}{2}$ $(b)\ \frac{3}{2}$ $(c)\ -3$ $(d)\ 3$

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة f : $f(x)=\frac{2}{x}$ عند $x=-2$ هي :

$(a)\ -2$ $(b)\ \frac{-1}{2}$ $(c)\ \frac{1}{2}$ $(d)\ 2$

(7) للدالة f : $f(x) = -3x + 1$ قيمة عظمى مطلقة في $[0,3]$ عند

(a) $x = 3$ (b) $x = 1$ (c) $x = 0$ (d) $x = -8$

---

(8) الدالة f : $f(x) = \dfrac{x+1}{25-x^2}$ متصلة على :

(a) $\mathbb{R}$ (b) $[-5,5]$

(c) $\mathbb{R} \setminus \{-5,5\}$ (d) $(-\infty ,25)$

---

(9) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x\to-2}(x^2 + f(x)) = 7$ ، فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

---

(10) إذا كان $x^2 + y^2 = 25$ ، فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\dfrac{x}{y}$ (b) $\dfrac{-x}{y}$ (c) $2x + 2y$ (d) $-x$

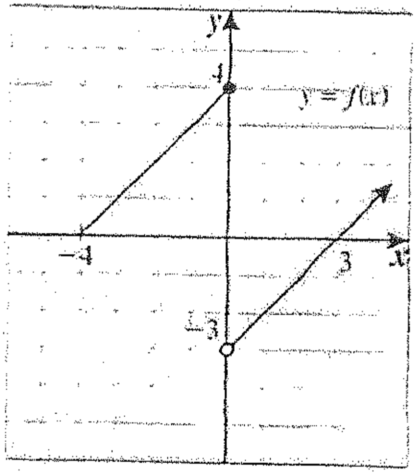
---

(11) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^2 - 9x - 4$ على الفترة $(-2 , 0)$ هو :

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

---

(12) إذا كان الشكل المقابل هو بيان دالة f فإن العبارة الصحيحة في ما يلي هي :



(a) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 4$

(b) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 4$

(c) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -3$

(d) $\lim_{x\to 0} f(x) = -3$

---

(13) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً للأسفل في $(-1 , 1)$:

(a) $f(x) = x^3$ (b) $f(x) = -x^3$

(c) $f(x) = x^2$ (d) $f(x) = -x^2$

---

(14) إذا كان القرار قبول فرض العدم ، وفترة الثقة $(-1.96 , 1.96)$ فإن قيمة الإختبار Z يمكن أن [redacted]

(a) -2.5 (b) -2 (d) 1.99

انتهت الأسئلة

دولة الكويت
وزارة التربية
نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

(6 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$\frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$	$1 + \frac{1}{2}$
$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$= \frac{x+4}{x} \quad , \quad x \neq 2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore \lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x\to 2} \frac{x+4}{x}$	$\frac{1}{2}$
$\because \lim_{x\to 2} x = 2 \quad , \quad 2 \neq 0$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\therefore \lim_{x\to 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x\to 2}(x+4)}{\lim_{x\to 2} x}$	$\frac{1}{2}$
$= \frac{2+4}{2} = 3$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \; , \quad g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ **عند النقطة** $A(0\,,1)$

الحل :

(1) $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)).f'(x)$ 1

$g'(x) = 3x^2$ 1

$g'(f(x)) = 3\,(2x+1)^2$ 1

$f'(x) = 2$ 1

$(g \circ f)'(x) = 3(2x+1)^2 \; (2)$

$= 6\,(2x+1)^2$ 1

(2) ميل المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند $x = 0$

$(g \circ f)'(0) = 6(0+1)^2 = 6$ 1

∴ معادلة المماس هي :

$y - y_1 = m\,(x - x_1)$ $\frac{1}{2}$

$y - 1 = 6\,(x - 0)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$6\,x - y + 1 = 0$

14

السؤال الثاني :

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1 , 1]$

الحل :

نفرض أن

$\frac{1}{2}$ $g(x) = x^2 - 7x + 10$ ، $f(x) = \sqrt{g(x)}$

$\frac{1}{2}$ $D_f = \{ x : g(x) \geq 0 \}$

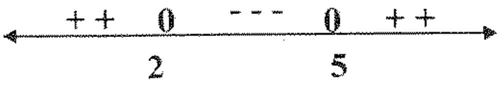
$\frac{1}{2}$ $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة :

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

1 $x = 2 \quad , x = 5$



1 ∴ مجال الدالة f هو $(-\infty , 2] \cup [5 , \infty)$

لدراسة اتصال الدالة f على $[-1 , 1]$

$\frac{1}{2}$ $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty , 2] \cup [5 , \infty)$

$\frac{1}{2}$ ∵ $[-1 , 1]$ مجموعة جزئية من D_f

1 (1) $\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1 , 1]$

1 (2) الدالة g : $g(x) = x^2 - 7x + 10$ متصلة على $[-1 , 1]$

من (1) و (2)

$\frac{1}{2}$ ∴ الدالة f متصلة على $[-1 , 1]$

تابع السؤال الثاني: (7 درجات)

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن $y' = (y \, . \, cscx)^2$

الحل :

$$y' = \frac{(sin\,x)'\,(sin\,x + \ cos\,x) - (sin\,x)(sin\,x + \ cos\,x)'}{(sin\,x + \ cos\,x)^2}$$

$1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$

$$= \frac{cosx\ \ (sinx + \ cosx) - sinx\ (cosx - sinx)}{(sin\,x + \ cos\,x)^2}$$

1

$$= \frac{cosx\,.\,sinx + \ cos^2x - sinx.\,cosx + sin^2x}{(sin\,x + \ cos\,x)^2}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{cos^2x + sin^2x}{(sin\,x + \ cos\,x)^2}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{(sin\,x + \ cos\,x)^2}$$

1

$$(y\,.\,csc\ x)^2 = \left(\frac{sinx}{(sin\,x + \ cos\,x)}\,.\,\frac{1}{sinx}\right)^2$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{(sin\,x + \ cos\,x)^2}$$

$$= \ y'$$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-5}{\sqrt{x^2-\ 2x-3}}$$

(8 درجات)

الحل :

$f(x)=\dfrac{x-5}{\sqrt{x^2-\ 2x-3}}$	
$=\dfrac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$=\dfrac{x\ \left(1-\frac{5}{x}\right)}{\lvert x\rvert\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$	$\frac{1}{2}$
$\lvert x\rvert=x\ \ :\ x>0$	
$=\dfrac{x\ \ \left(1-\frac{5}{x}\right)}{x\ \sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$	$\frac{1}{2}$
$=\dfrac{1-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}\qquad :\ x\neq\ 0$	$\frac{1}{2}$
$\because\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}$ $=1-0-0=1\qquad ,1\ >0$	$1+\frac{1}{2}$
$\therefore\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}=\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}\ =\sqrt{1}\ =1\qquad ,1\neq 0$	$1+\frac{1}{2}$
$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}=1-0=1$	1
$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}=\dfrac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}=\dfrac{1}{1}=1$	$1\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

الحل :

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو x وطول البعد الثاني y

المحيط $= 2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y$ $\frac{1}{2}$

$4 = x + y \quad \rightarrow y = 4 - x$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ طول البعد الثاني للمستطيل هو $4 - x$

x لا يمكن أن تزيد على 4 أي : $0 < x < 4$ $\frac{1}{2}$

مساحة المستطيل = حاص ضرب البعدين

$s(x) = x\,.(4 - x)$ $\frac{1}{2}$

$= 4\,x - x^2$

$s'(x) = 4 - 2x$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

نضع $s'(x)$

$4 - 2x = 0$

$x = 2 \in (0, 4)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ $(2\,, s(2))$ نقطة حرجة

$s''(x) = -2 \quad , \quad -2 < 0$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore$ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 2$

$\therefore$ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند $x = 2$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ البعد الأول للمستطيل هو $x = 2\ cm$

والبعد الثاني هو $4 - x = 4 - 2 = 2\ cm$

المستطيل يصبح مربع لأن بعداه متساويان

$\left.\right\}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$
ثم ارسم بيانها **(9 درجات)**

الحل :

f دالة كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$ — $\frac{1}{2}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} f(x) &= \lim_{x\to-\infty} 2x^3 = -\infty \\ \lim_{x\to\infty} f(x) &= \lim_{x\to\infty} 2x^3 = \infty\end{aligned}\right\} \frac{1}{2}$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للإشتقاق على مجالها

$f'(x) = 6x^2 + 6x$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

نضع $f'(x) = 0$ — $\frac{1}{2}$

$6x^2 + 6x = 0$

$6x(x + 1) = 0$

$6x = 0 \rightarrow x = 0$ أو $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

$f(0) = -1 \quad , f(-1) = 0$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

النقاط الحرجة $(0 , -1)$, $(-1 , 0)$

نكون جدول التغير لدراسة اشارة f'

$-\infty \quad -1 \quad 0 \quad \infty$

الفترات	$(-\infty , -1)$	$(-1, 0)$	$(0 , \infty)$
اشارة f'	+ + + +	- - - -	+ + + +
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

$1\frac{1}{2}$

الدالة f متزايدة في الفترة $(-\infty , -1)$ والفترة $(0 , \infty)$

الدالة f متناقصة في الفترة $(-1, 0)$

للدالة f قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 0$

$f''(x) = 12x + 6$ — $\frac{1}{2}$

نضع

$f''(x) = 0$

$12x + 6 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-1}{2}$ — $\frac{1}{2}$

1

الفترات	$(-\infty, -\frac{1}{2})$	$(-\frac{1}{2}, \infty)$
إشارة f''	- - -	+ + +
التقعر	∩	∪

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة $\left(-\infty , -\frac{1}{2}\right)$

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

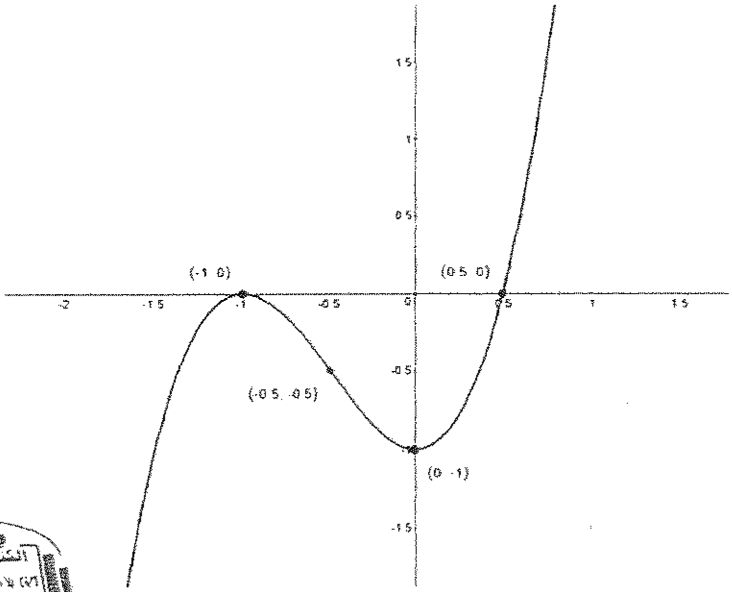
$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \left(-\frac{1}{2} , -\frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف

نقاط اضافية

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	4

$1\frac{1}{2}$



تابع السؤال الرابع: (5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

1) ∵ مستوى الثقة 95%

∴ القيمة الحرجة : نستخدم توزيع $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ 1

نلاحظ أن σ معلومة

$\because n = 40 \quad , \quad \sigma = 12.5 \quad , \quad \bar{x} = 76.3$

هامش ال [redacted] $\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}}$ 1

$= (1.96)$ 1

∴ هامش الخطأ ≈ 3.8738

2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

$= (76.3 - 3.8738 \ , \ 76.3 + 3.8738)$ 2

$= (72.4262 \ , \ 80.1738)$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x^2 + 5sin^2x}{3x^2} = 3$

(2) إذا كانت $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1$ فإن $a = -3 \,,\, b = -2$

(3) الدالة f : $f(x) = x\,|x|$ قابلة للإشتقاق $\forall\, x \in \mathbb{R}$

(4) الدالة f: $(x) = \sqrt[3]{x-1}$ معلق متوسطة في الفترة $[-1 , 2]$

ثانياً : في البنود (5-14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{2x-1}}$ فإن $f'(1)$ تساوي

$(a)\ -\dfrac{3}{2}$ $(b)\ \dfrac{3}{2}$ $(c)\ -3$ $(d)\ 3$

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{x}$ عند $x = -2$ هي :

$(a)\ -2$ $(b)\ \dfrac{-1}{2}$ $(c)\ \dfrac{1}{2}$ $(d)\ 2$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	[✓ (a)]	(b)		
(2)	(a)	[✓ (b)]		
(3)	[✓ (a)]	(b)		
(4)	(a)	[✓ (b)]		
(5)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(7)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(8)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(9)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(12)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(14)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة: ....

14

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

الحل :

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (3 ، 1)

الحل :

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$$

الحل :

تابع السؤال الثاني: **(7 درجات)**

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

14

(9 درجات)

السؤال الثالث:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها

الحل :

تابع السؤال الثالث: (5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2, 2]$

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x-\frac{4}{x} & : x\geq 2 \\ x^2-4 & : x<2 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل :

معلق

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (2-1) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$$

(2) متوسط عمر الإطارات في أ [redacted] من خلال دراسة لعينة عشوائية
تبيّن أن المتوسط الحسابي معياري $S = 5000$ إذا كان
المقياس الإحصائي $Z = 2$ فإن

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(3) [redacted] $\frac{3}{-2}\Big)^{5} =$

(a) 0 (b) 2 (c) $-\infty$ (d) ∞

(4) لتكن $y = |x|$ فإن الدالة y

- (a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط
- (b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط
- (c) لها قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة
- (d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

(5) ليكن منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقياً هي :

(a) $(3,0)$ (b) $(1,0)$ (c) $(2,-1)$ (d) $(2,1)$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : x\geq 2 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & : x<2 \end{cases}$ فإن

(a) $\lim_{x\to2^+} f(x)=4$ (b) $\lim_{x\to2^-} f(x)=4$ (c) $\lim_{x\to2} f(x)$ موجودة (d) f متصلة عند $x=2$

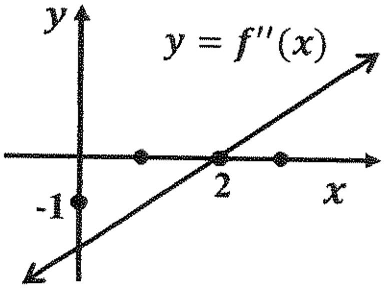
---

(7) إذا كانت g دالة متصلة عند $x=1$ فإن الدالة المتصلة عند $x=1$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$ (c) $\frac{g(x)}{x-1}$ (d) $|g(x)|$

---

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعراً لأسفل في الفترة



(a) $(-\infty,2)$ (b) $(0,\infty)$ (c) $(0,2)$ (d) $(2,\infty)$

---

(9) للدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x=0$ (b) $y=0$ (c) $x=1$ (d) $y=1$

---

(10) إذا كانت $y=sin^{-5}x-cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $5sin^{-6}x\, cosx-3cos^2x\, sinx$ (b) $5sin^{-6}x\, cosx+3cos^2x\, sinx$

(c) $-5sin^{-6}x\, cosx+3cos^2x\, sinx$ (d) $-5sin^{-6}x\, cosx-3cos^2x\, sinx$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي : الرياضيات		الزمن : ساعتان و 45 دقيقة		الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

(7 درجات)

الحل :

1	$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{x^2}{1-cosx} \cdot \frac{1+cosx}{1+cosx}\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2(1+cosx)}{1-cos^2x}$
1	$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{sin^2x} \cdot (1+cosx)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim_{x\to 0} \left(\left(\frac{x}{sinx}\right)^2 \cdot (1+cosx)\right)$
1	$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x}{sinx}\right)^2 \cdot \lim_{x\to 0} (1+cosx)$
$1\frac{1}{2}$	$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{x}{sinx}\right)^2 \cdot \left(\lim_{x\to 0} 1 + \lim_{x\to 0} cosx\right)$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= (1)^2 \cdot (1+1)$
$\frac{1}{2}$	$= 2$

2017-2018

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y}+y=x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 ، 3)

الحل :

$2y^{\frac{1}{2}}+y=x$ — $\frac{1}{2}$

بالاشتقاق الضمني

$2\cdot\frac{1}{2}y^{\frac{-1}{2}}y'+y'=1$ — 3

$\frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}}+y'=1$ — $\frac{1}{2}$

$y'(\frac{1}{\sqrt{y}}+1)=1$ — $\frac{1}{2}$

$y'=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}}+1}$ — $\frac{1}{2}$

$y'=\frac{\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}}$ — 1

بالتعويض بـ (1 ، 3)

$\therefore\ y'=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$ — 1

$\therefore$ ميل المماس $=\frac{1}{2}$

2017-2018

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$$

الحل :

$$f(x)=\frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$$=\frac{\sqrt{x^2(2-\frac{1}{x})}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$$

$\frac{1}{2}$
$$=\frac{|x|\ \sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$$

2017-2018

$\frac{1}{2}$ عندما $x>0$ يكون $|x|=x$

$\frac{1}{2}$
$$=\frac{x\ \sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$$

$\frac{1}{2}$
$$=\frac{\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{1+\frac{1}{x}}\quad : x\neq 0$$

1
$$\because \lim_{x\to\infty}(2-\frac{1}{x})=\lim_{x\to\infty}2-\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=2-0=2\quad,\quad 2>0$$

$\frac{1}{2}$
$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{(2-\frac{1}{x})}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\sqrt{2}$$

1
$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=1+0=1\quad,\quad 1\neq 0$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{(2-\frac{1}{x})}}{(1+\frac{1}{x})}=\frac{\lim_{x\to\infty}\sqrt{(2-\frac{1}{x})}}{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)}=\frac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}$$

تابع السؤال الثاني: **(7 درجات)**

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 20$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ العدد الآخر هو $20 - x$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ حاصل ضربهما هو :

$f(x) = x\,(20 - x)$ — 1

$f(x) = 20\,x - x^2$

$f'(x) = 20 - 2x$ — 1

بوضع $f'(x) = 0$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore 20 - 2\,x = 0$ — $\frac{1}{2}$

$x = 10$

$\therefore$ توجد نقطة حرجة عند $x = 10$

$f''(x) = -2$ — 1

$f''(10) = -2 \;, \quad -2 < 0$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 10$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ العدد الأول هو : $x = 10$ — $\frac{1}{2}$

العدد الثاني هو : $20 - x = 20 - 10 = 10$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ العددان هما 10 و 10

2017-2018

14

(9 درجات)

السؤال الثالث:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$
ثم ارسم بيانها

الحل :

$\frac{1}{2}$ f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

1 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$

1 $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$

$\frac{1}{2}$ نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها $\mathbb{R}$

$f'(x) = -3x^2$

$\frac{1}{2}$ نضع $f'(x) = 0$

$\therefore \ -3x^2 = 0$

$x = 0$

$\frac{1}{2}$ $f(0) = 1$

2017-2018

$\therefore$ $(0,1)$ نقطة حرجة
نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f'

1

$-\infty$ 0 ∞

إشارة f'	$- - -$	$- - -$
سلوك الدالة f	∞ متناقصة ↘	متناقصة ↘ $-\infty$

$\frac{1}{2}$ الدالة f متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$ وعلى الفترة $(0, \infty)$
لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى
نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f''

$f''(x) = -6x$

1 نضع $f''(x) = 0$

$-6x = 0 \ \rightarrow \ x = 0$

$f(0) = 1$

$-\infty$ 0 ∞

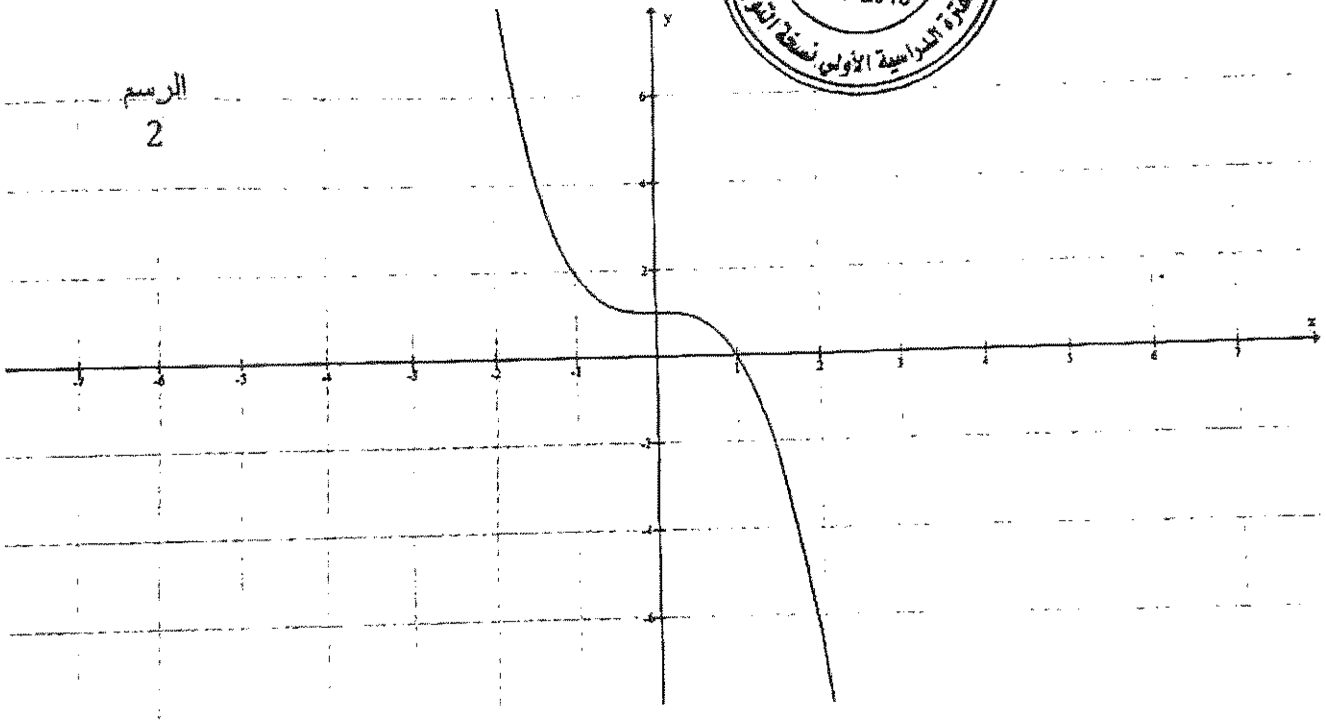
إشارة f''	$+ + +$	$- - -$
التقعر	$\cup$ تقعر لأعلى	$\cap$ تقعر لأسفل

$\frac{1}{2}$ $(0,1)$ نقطة انعطاف

نقاط اختيارية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7

الرسم
2



تابع السؤال الثالث:

(5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فماذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ($\bar{x}$) يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

2017-2018

الحل :

1) ∵ σ^2 غير معلوم ، $n \le 30$

∴ نستخدم توزيع t

∵ $n = 25$

درجات الحرية $n - 1 = 25 - 1 = 24$ $\frac{1}{2}$

∵ مستوى الثقة $1 - \alpha =$ [redacted]

$\therefore \alpha = 0.5$ $\frac{1}{2}$

من جدول توزي $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2$ 1

هامش الخطأ : $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

$= (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$ 1

2) فترة الثقة : $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

$= (15 - 4.128 , 15 + 4.128)$ 2

$= (10.872 , 19.128)$

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2,2]$

(7 درجات)

الحل :

بفرض أن $f(x)=\sqrt{g(x)}$: $g(x)=4-x^2$ — $\frac{1}{2}$

$D_f=\{x : g(x)\ge 0\}$ — $\frac{1}{2}$

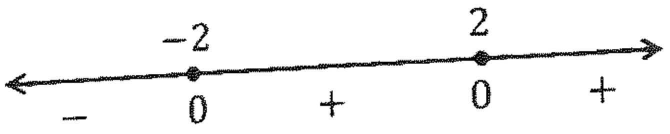
$4-x^2\ge 0$ — $\frac{1}{2}$

المعادلة المناظرة $4-x^2=0$ — $\frac{1}{2}$

$(2-x)(2+x)=0$

$x=2$ أو $x=-2$ — $\frac{1}{2}$

2017-2018



$\frac{1}{2}$

مجال الدالة هو : $[-2,2]$ — 1

$\because\ g(x)\ge 0 \quad \forall x\in[-2,2]$ ، — 1

g متصلة على $[-2,2]$ — 1

$\therefore$ الدالة f متصلة على $[-2,2]$ — 1

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x-\frac{4}{x} & : x\ge 2\\ x^2-4 & : x<2\end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل:

2017-2018

مجال f : $D_f=[2,\infty)\cup(-\infty,2)=\mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x)=\begin{cases} 1+\frac{4}{x^2} & : \ x>2\\ \text{نبحث} & : \ x=2\\ 2x & : \ x<2\end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

$f(2)=\ 2-2=0$ $\frac{1}{2}$

إن وجدت $f'_-(2)=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ $\frac{1}{2}$

[redacted] $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$f'_+(2)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{\quad}{x-2}$ $\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{x-\frac{4}{x}-0}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x(x-2)}$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x+2}{x}=2\ :\ \lim_{x\to 2^+}x=2\neq 0$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\because\ f'_-(2)\neq f'_+(2)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore\ f'(2)$ غير موجودة

$$\therefore f'(x)=\begin{cases} 1+\frac{4}{x^2} & : \ x>2\\ 2x & : \ x<2\end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

مجال f' هو $\mathbb{R}-\{2\}$ $\frac{1}{2}$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)

الدرجة: ………… × 1 = ………

(3)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(4)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(6)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(8)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(10)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة: ………… × 1.5 = …………

الدرجة: ………………………………………………

دولـــة الكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$$

الحل:

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل:

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$ (7 درجات)

الحل :

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$

ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$ ثم إرسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

معلق

معلق

الرسم البياني

14

السؤال الرابع

(a) **أوجد معادلة المماس لمنحنى الداله f : $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$**

(8 درجات)

الحل:

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل:

معلق

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(2 - 1)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3, 1]$ ، g دالة متصلة على $[-1, 3]$ فإن $f + g$ هي دالة متصلة عند $x = 0$

(2) إذا كانت الداله f : $f(x) = \sqrt{x + 3}$ فإن $f'(1) = \frac{1}{4}$

ثانيا : في البنود $(10 - 3)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x \to 3^-} \frac{5}{(x - 3)} =$

$(a)\ \infty$ $\qquad$ $(b)\ -\infty$

$(c)\ 5$ $\qquad$ $(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x \to \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$$

فإن قيم الثابتين a, b هما :

$(a)\ a = 0\ ,\ b = 6$ $\qquad$ $(b)\ a = 0\ ,\ b = -6$

$(c)\ a = 0\ ,\ b = 2$ $\qquad$ $(d)\ a = 0\ ,\ b = -2$

(5) الداله المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي

$(a)\ f(x) = \sqrt{x - 2}$ $\qquad$ $(b)\ g(x) = |x - 2|$

$(c)\ h(x) = \frac{1}{x - 2}$ $\qquad$ $(b)\ k(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x) = 3x + \tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

$(a)\ 0$ $\qquad$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $\qquad$ $(d)\ 4$

(7)	الدالة f : $f(x) = \left\|x^2 - 1\right\|$ لها : (a) قيمة صغرى مطلقة (b) قيمة عظمى مطلقة (c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيا مما سبق
(8)	إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$ (b) متزايدة على مجال تعريفها (c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ (d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$
(9)	للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ مماس رأسي معادلته : $(a)\ x = 0$ $(b)\ x = 1$ $(c)\ y = 0$ $(d)\ y = 1$
(10)	في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $= 3.125$ [redacted] تحت مستوى ثقة 95% يساوي $(a)\ -9.6$ $(c)\ 9.6$ $(d)\ -6.9$

إنتهت الأسئلة ،،،

دولـــة الـكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات   الزمن : ساعتان و 45 دقيقة   عدد الصفحات 13 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$$

الحل:

$$\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x\cos 4x}{5x} \qquad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\cos 4x \qquad , \qquad x \neq 0 \qquad [0.5]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) = \frac{2}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{3x\cos 4x}{5x}\right) = \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\cos 4x = \frac{3}{5}(1) = \frac{3}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\cos 4x\right) \qquad [0.5]$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) + \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}(\cos 4x) \qquad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \qquad [0.5]$$

(تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية)

2016-2017

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5} = \frac{\sqrt{x^2(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2})}}{x(3-\frac{5}{x})} \qquad [1]$$

$$= \frac{|x|\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}$$ ، عندما $x<0$ يكون $|x| = -x$ [0.5]

$$= \frac{-x\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})} = -\frac{\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}} \quad ,x\neq 0 \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = \lim_{x\to-\infty} 3 - \lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x} + \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2} = 3-0+0=3 \ ,3>0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)} = \sqrt{3} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right) = \lim_{x\to-\infty} 3 - \lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x} = 3-0=3 \quad , \quad 3\neq 0 \qquad [1.5]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}}$$

$$= \frac{-\lim_{x\to\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\lim_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \qquad [1.5]$$

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل :

$f(x) = x^2 - 3 \quad : \quad x \in (1,3)$

$\forall \ c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to c} f(x) = \lim\limits_{x\to c} (x^2 - 3) = c^2 - 3$ [0.5]

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3)$ [0.5]

$\therefore$ f متصله على $(1,3)$ ....(1) [0.5]

ندرس إتصال الداله f عند $x = 1$ من اليمين

$f(1) = -2$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 1 - 3 = -2 = f(1)$ [0.5]

الداله f متصله عند $x = 1$ من اليمين ....(2) [0.5]

ندرس إتصال الداله f عند $x = 3$ من اليسار

$f(3) = 5$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 9 - 3 = 6 \neq f(3)$ [0.5]

الداله f غير متصله عند $x = 3$ من اليسار ....(3) [0.5]

[1] من (1) ، (2) ، (3) f ليست متصله على $[1,3]$ و لكنها متصلة على $[1,3)$

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كانت : $y = x\,sin\,x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\,cos\,x = 0$ (7 درجات)

الحل:

$$y = x\sin x$$

$$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x cos\ x \qquad [3]$$

$$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x\,)' \qquad [1.5]$$

$$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x\sin x \qquad [1]$$

$$y'' + y - 2\ cos\ x = 2\cos x - x\sin x + x\sin x - 2\ cos\ x \qquad [1]$$

$$= 0 \qquad [0.5]$$

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$
ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

f دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ وبالتالي فهي متصلة على الفترة $[0 , 4]$ [0.5]

وقابلة للاشتقاق على $(0 , 4)$ [0.5]

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0 , 4]$ ∴ يوجد على الأقل $c \in (0 , 4)$ بحيث : 0.5

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$ [0.5]

$$= \frac{f(4) - f(0)}{}$$

معلق

[0.5]

[0.5]

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \quad , f'(c) = 3c^2 - 3$$ 0.5

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4}$$ [0.5]

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3}$$ [0.5]

$$\Rightarrow c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0 , 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0 , 4)$$ [0.5]

وزارة التربية 2016-2017

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$
وارسم بيانها (9 درجات)

الحل:

f دالة كثيرة حدود مجالها $(-\infty , \infty) = \mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^4) = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^4) = -\infty$$ [0.5]

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود فهي متصلة على $\mathbb{R}$ وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$f'(x) = 4x - 4x^3$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4$ [redacted] $-x)(1+x) = 0$

$4x = 0 \Rightarrow x = 0$

$x = 1 \Rightarrow f(2) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$

$\therefore (1,6)$ نقطة حرجة [0.5]

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$

$\therefore (-1,6)$ نقطة حرجة [0.5]

نكون الجدول لدراسة إشارة f' : [2]

∞ 1	0	-1		-∞
(1 , ∞)	(0 , 1)	(-1 , 0)	(-∞ , -1)	الفترات
− − −	+ + +	− − −	+ + +	إشارة f'
↘↘	↗↗	↘↘	↗↗	سلوك الدالة f

من الجدول :

f متزايدة على كلا من الفترتين $(0,1)$ ، $(-\infty,-1)$ ، f متناقصة على كلا من الفترتين $(1,\infty)$ ، $(-1,0)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمتها $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمتها $f(-1) = 6$

2016-2017

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ وقيمتها $f(1) = 6$

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 4 - 12\,x^2 \qquad [0.5]$$

نضع $f''(x) = 0$

$$4 - 12\,x^2 = 0 \Rightarrow 12\,x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \qquad [0.5]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \qquad [0.5]$$

$-\infty$		$\frac{-1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ ∞
الفترات	$(-\infty, \frac{-1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$
إشارة f''	— + — + +	+ + +	+ + + — —
بيان الدالة f	∪ [redacted]	∩ [redacted]	∪ ∩ [redacted]

[1.5]

من الجدول نجد أنّ :

بيان الدالة f مقعر للأ [redacted]

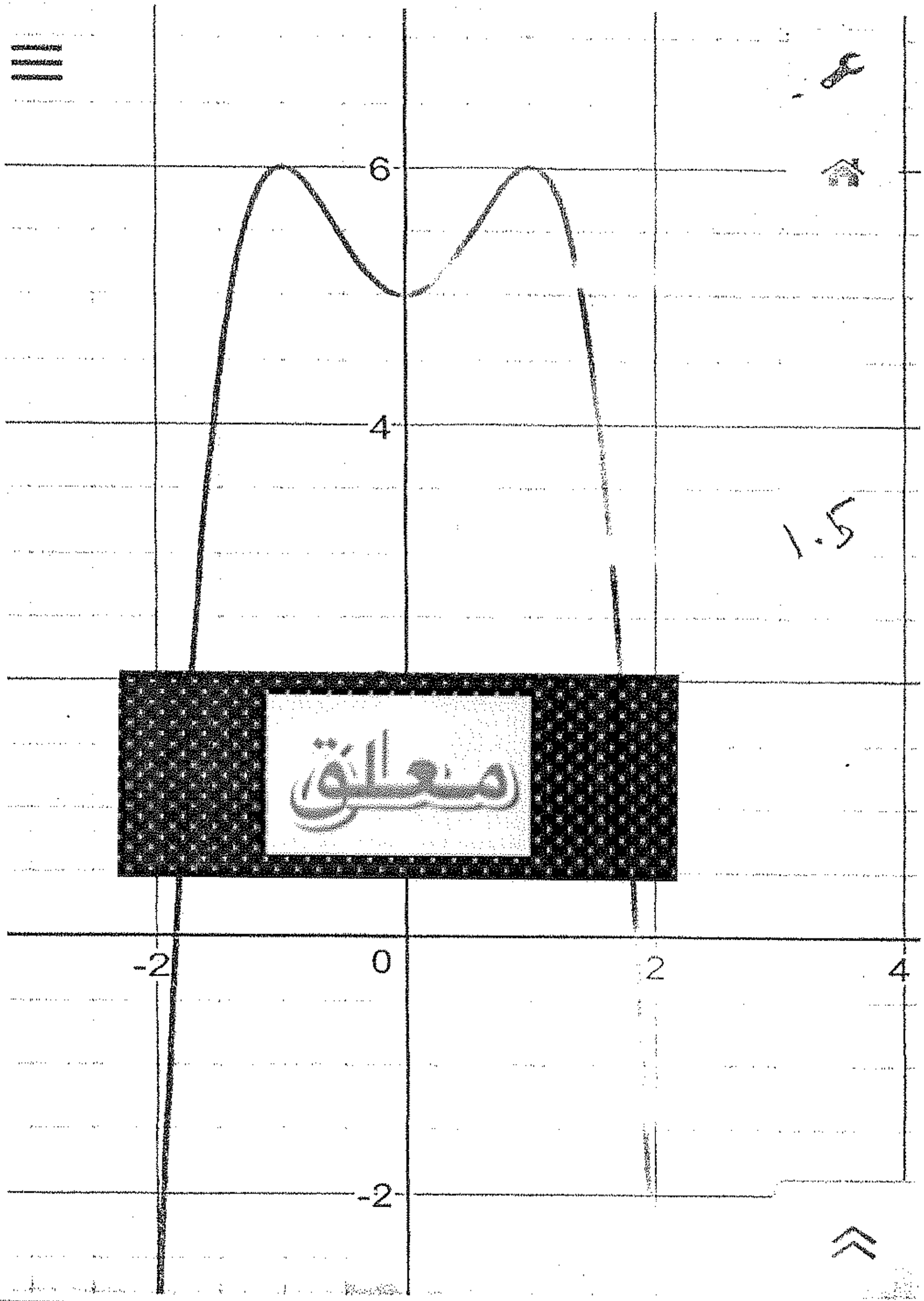
بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

النقطة $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9}\right)$ نقطة انعطاف ✓

النقطة $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9}\right)$ نقطة انعطاف

2016-2017

ورقة الرسم البياني



١٫٥

2016-2017

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الداله f : $f(x)=\frac{3x-4}{x+2}$ عند $x=0$

(8 درجات)

الحل:

$$f(0)=\frac{0-4}{0+2}=\frac{-4}{2}=-2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x)=\frac{(x+2)\cdot(3x-4)'-(x+2)'.(3x-4)}{(x+2)^2}$$

① ①

$$=\frac{(x+2)\cdot(3)-(3x-4)\cdot(1)}{(x+2)^2} \qquad [3]$$

①

$$=\frac{10}{(x+2)^2} \qquad [1]$$

ميل المماس :

$$m=f'(a)=f'(0)=\frac{10}{(0+2)^2}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2} \qquad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y-f(a)=f'(a)\,(x-a) \qquad [1]$$

$$y-(-2)=\frac{5}{2}\,(x-0) \qquad [0.5]$$

1 +

$$2y+4=5x \qquad [0.5]$$

$$2y-5x+4=0$$

2016-2017

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل :

$S = 32$ ، $n = 10$ ، $\bar{x} = 283$

① صياغة الفروض الإحصائية

$H_0 : \mu = 290$ مقابل $H_1 : \mu \neq 290$ [0.5]

② نوجد المقياس الإحصائي

$\because$ σ غير معلوم ، $n \leq 30$ [0.5]

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917$$ [1.5]

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

③ $\because$ $n = 10$

معلق

$\therefore$ $\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ [0.5]

من جدول توزيع t نجد :

$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262$ [0.5]

④ منطقة القبول : $(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262 , 2.262)$ [1]

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$\because -0.6917 \in (-2.262 , 2.262)$ [0.5]

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 290$ [0.5]

2016-2017

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1 - 2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

a

(1) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$

a

a

(2) إذا كانت الداله f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$

ثانيا :في البنود $(3 - 10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

b

$(a)\ \infty$

$(c)\ 5$

معلق

$(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين $a\,,b$ هما :

a

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$ $(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$ $(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الداله المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

b

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$ $(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\dfrac{1}{x-2}$ $(d)\ k(x)=\dfrac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

d

$(a)\ 0$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $(d)\ 4$

2016-2017

(7) الدالة f : $f(x) = |x^2 - 1|$ لها :

(a) قيمة صغرى مطلقة [redacted] يمة عظمى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيا مما سبق

(a)

(8) إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متزايدة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(c)

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ مماس رأسي معادلته :

(b) $x = 1$ (a) $x = 0$

(d) $y = 1$ (c) $y = 0$

(b)

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $3.125 =$ [redacted] ت مستوى ثقة 95% يساوي

(a) -9.6

(c) 9.6 (d) -6.9

(c)

إنتهت الأسئلة ،،،

$Z =$

$3.125 = \frac{(5)6}{\sigma}$

$\sigma = \frac{30}{3.12}$

وزارة التربية 2016-2017

جدول الإجابة

(1)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(2)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1 = ...

(3)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(4)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(7)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(9)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة : .... × 1.5 = ...

14

الدرجة : ....

2016-2017

دولــة الكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد : (6 درجات)

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

تابع السؤال الأول :

(4 درجات)

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - cos\, y$ عند النقطة $A(1,0)$

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

(4 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

تابع السؤال الثاني :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانها

(6 درجات)

ورقة الرسم البياني

10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$ (4 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$ (6 درجات)

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة f :
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن (6 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها n=81 ومتوسطها الحسابي هو $\overline{x} = 50$
وإنحرافها المعياري S=9 بإستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(4 درجات)

(3) فسر فترة الثقة

معلق

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-3) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2,3]$ فإن : $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = f(-2)$

(3) إذا كانت الداله f : $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & : \ x\geq 1 \\ 4x-1 & : \ x<1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو $\mathbb{R}$

ثانيا :في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ هي :

(a) 0
(b) $-\frac{1}{4}$
(c) $\frac{1}{4}$
(d) غير موجوده

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}\ -2}{x} & : \ x\neq 0 \\ a & : \ x=0 \end{cases}$ متصلة عند $x=0$
فإن a تساوي

(a) 4
(b) $-\frac{1}{4}$
(c) -4
(d) $\frac{1}{4}$

(6) إن الدالة f : $f(x)=x+\sqrt{x^2}+2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x=0$ لوجود

(a) مماس عمودي
(b) إنفصال
(c) ناب
(d) ركن

(7) إذا كانت : $y = \frac{4}{3\pi} sin\ 3t - \frac{4}{5\pi} cos\ 5t$ فإن $\frac{dy}{dt}$ تساوي

$(a)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t + \frac{4}{\pi} sin\ 5t$

$(b)\ \frac{4}{\pi} sin\ 3t - \frac{4}{\pi} cos\ 5t$

$(c)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t - \frac{4}{\pi} sin\ 5t$

$(d)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t - \frac{4}{\pi} sin\ 3t$

(8) عدد النقاط الحرجة للداله : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ يساوي

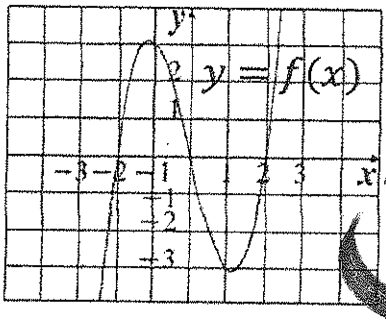
$(a)\ 0$

$(b)\ 1$

$(c)\ 2$

$(d)\ 3$

(9) إذا كان بيان الداله f ممثلا بالشكل المقابل :
فإن $f''(x) < 0$ في الفترة



معلق

$(a)\ (-\infty, 0)$

$(b)\ (0, \infty)$

$(c)\ (-1, 1)$

$(d)\ (-\infty, 1)$

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم و كانت فترة الثقة هي : $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الإختبار z يمكن أن تكون :

$(a)\ 1.5$

[redacted]

$(c)\ -1.5$

$(d)\ -2.5$

إنتهت الأسئلة ،،،

دولــــه الكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 10 صفحات

القسم الأول : أسئلـة المقال :

اجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3}$$

(6 درجات)

2015-2016

الحل:

1 $\quad \dfrac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3}=\dfrac{\sqrt{x^2(1-\frac{3}{x})}}{x(1-\frac{3}{x})}=\dfrac{\overset{(\frac{1}{2})}{|x|}\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(\frac{1}{2})\,x(1-\frac{3}{x})}$ ، $|x|=x$ يكون $x>0$ عندما

1 $\quad =\dfrac{(\frac{1}{2})\,x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})}=\dfrac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})}\ (\frac{1}{2})$

1 $\quad \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{3}{x}=1-0=\overset{(\frac{1}{2})}{1}\ ,\overset{(\frac{1}{2})}{1}\neq 0$

1 $\quad \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)=\overset{(\frac{1}{2})}{1}\ ,\quad 1>0\ (\frac{1}{2})$

0.5 $\quad \lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)}=\sqrt{1}=1$ $(\frac{1}{2})$

1.5 $\quad \lim_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3}=\lim_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})}=\dfrac{\overset{(\frac{1}{2})}{\lim_{x\to\infty}}\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(\frac{1}{2})\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x})}=\dfrac{1}{1}=1\ (\frac{1}{2})$

تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - cos\, y$ عند النقطة $A(1,0)$

الحل :

(4 درجات)

	$2y = x^2 - cos\, y$
2	$2\,y' = 2x - y'(-\sin y)$
	$2\,y' = 2x + y'\ \sin y$
	$2\,y' - y'\ \sin y\ = 2x$
0.5	$y'(2 - \sin y\ ) = 2x$
0.5	$y' = \frac{2x}{2-\sin y}$
	ميل المماس للمنحني عند النقطة $A(\,1\,,0\,)$ هو :
1	$m= \quad y'\Big\|_{x=1,y=0} = \frac{2}{2-\sin 0}$
	$= \ 1$

2015-2016

أو

$2y' = 2(1) + y' \sin(0)$ ①

$2y' = 2 + 0$ ($\frac{1}{2}$)

$y' = 1$ ($\frac{1}{2}$)

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{\cos x-1}$$

الحل :

(4 درجات)

0.5 $$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right)\left(\frac{\cos x+1}{\cos x+1}\right)\right)$$

0.5 $$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{\cos^2 x-1}\right)$$

0.5 $$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{-\sin^2 x}\right)$$

0.5 $$=\lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{-x}{\sin x}\right)(\cos x+1)\right)$$

0.5 $$=-\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right).\lim_{x\to 0}(\cos x+1)$$

0.5 + 0.5 $$=-1.\left(\lim_{x\to 0}(\cos x)+\lim_{x\to 0}(1)\right)$$

0.5 $$=-1(1+1)$$

2015-2016

تابع السؤال الثاني :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانها

(6 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

0.5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (2x^3) = -\infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (2x^3) = \infty$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

0.5 $f'(x) = 6x^2 - 6$

0.5 $f'(x) = 0$

$6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 6(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \quad , \quad x = -1$

0.5 $x = 1 \Rightarrow f(1) = -3$

$\therefore$ $(1, -3)$ نقطة حرجة

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$

$\therefore$ $(-1, 5)$ نقطة حرجة

2015-2016

نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

∞	1	-1	$-\infty$
$(1, \infty)$	$(-1, 1)$	$(-\infty, -1)$	الفترات
+ + +	− − −	+ + +	إشارة f'
↗↗	↘↘	↗↗	سلوك الدالة f

0.5
0.5
0.5

منحنى الداله f متناقص على الفترة $(-1, 1)$

و متزايد على كلا من الفترة $(1, \infty)$ و الفترة $(-\infty, -1)$

$(-1, 5)$ نقطة عظمى محلية

$(1, -3)$ نقطة صغرى محلية

0.5 نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 12\,x$$

نضع $f''(x) = 0$

2015-2016

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

$-\infty$ 0 ∞

$(0\,,\infty)$	$(-\infty\,,0)$	الفترات
+ + +	− − −	إشارة f''
مقعر لأعلى ∪	مقعر لأسفل ∩	التقعر

٠.٥

٠.٥

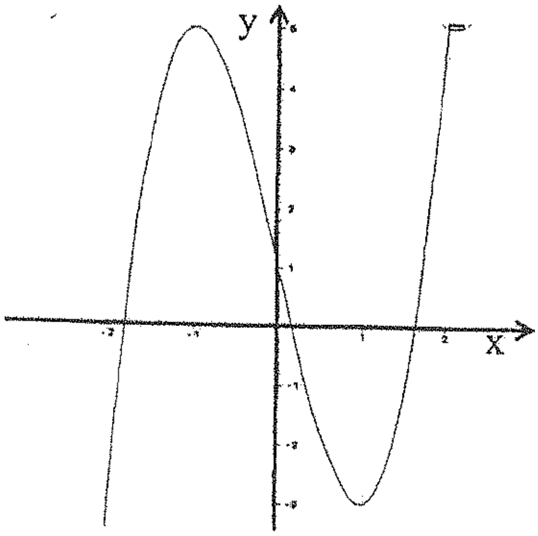
من الجدول نجد أنّ :

بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترة $(0\,,\infty)$ ، بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty\,,0)$

النقطة $(0,1)$ نقطة انعطاف

2	1	0	-1	-2	x
5	-3	1	5	-3	$f(x)$
نقطة إضافيه	نقطة صغرى محليه	نقطة إنعطاف	نقطة عظمى محليه	نقطة إضافيه	

1



امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$

(4 درجات)

الحل:

الداله f كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ ، 0.5

الداله f متصله عند $x = -1$ ......(1) 0.5

$f(-1) = 1 - 3(-1) = 4$ 0.5

∵ الداله g داله جذرتربيعي متصله على $[0,\infty)$ 1

∴ g دالة متصله عند $x = 4$ ✓ أيضاً 0.5

اي أن g متصله عند $f(-1)$ ....(2) ✓ 0.5

①

من (1) ، (2) نجد أن الدالة $g \circ f$ متصله عند $x = -1$ 0.5

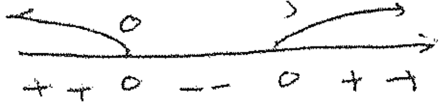
2015-2016

حل آخر

$\frac{1}{2}$ $(g \circ f)(x) = g[x^2 - 3x] = \sqrt{x^2 - 3x}$

مجال الدالة هو $\{x : x^2 - 3x \geq 0 , x \in R\}$

$\frac{1}{2}$ $x[x-3] \geq 0$



$\frac{1}{2}$ مجاله هو $R - (0,3)$

$\frac{1}{2}$ نضع $(g \circ f)(x) = \sqrt{h(x)}$

$h(x) = x^2 - 3x$ متصله عند $x = -1$ لنها متصله

① على كل من $[3,\infty)$ و $(-\infty, 0]$

$\frac{1}{2}$ $h(-1) = 4 \Leftarrow h(-1) > 0$

$\frac{1}{2}$ ∴ $(g \circ f)(x)$ دالة متصله عند $x = -1$

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \frac{4}{x}$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$

(6 درجات)

الحل :

$\because$ الدالة متصلة على $[1,4]$

$\therefore$ الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 1$, $x = 4$.

0.5 $f(4) = 4 + 1 = 5$

0.5 $f(1) = 1 + 4 = 5$

$f(x) = x + \frac{4}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$

1 $f'(x) = 0$

1.5 $1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Longrightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Longrightarrow x^2 = 4 \Longrightarrow x = 2 \quad , \; x = -2$

0.5 $x = -2 \notin (1,4)$

0.5 $x = 2 \in (1,4)$

0.5 $f(2) = 4$

2015-2016

$\therefore$ النقطة $(2,4)$ نقطة حرجة .

x	1	4	2
f(x)	5	5	4

من الجدول :

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 5

0.5 $\therefore$ 5 قيمة عظمى مطلقة .

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 4

0.5 $\therefore$ 4 قيمة صغرى مطلقة .

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

(6 درجات)

الحل :

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1 , \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \quad \textcircled{\tfrac{1}{2}} \\ \text{نبحث} & : x = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \quad \textcircled{\tfrac{1}{2}} \end{cases} \qquad \triangle 1$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2 \quad \textcircled{1}$$

2015-2016

$\triangle 1$

$$f_-'(1) = \lim_{x \to 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \quad \textcircled{\tfrac{1}{2}}$$

$$= \lim_{x \to 1^-} \frac{x^2+1-2}{x-1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \textcircled{\tfrac{1}{2}} = \lim_{x \to 1^-} (x+1) \qquad \triangle 1\tfrac{1}{2}$$

$$f_-'(1) = 2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \quad \textcircled{\tfrac{1}{2}}$$

$$f_+'(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \to 1^+} \frac{2\sqrt{x} - 2}{x-1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \textcircled{\tfrac{1}{2}} = \lim_{x \to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x \to 1^+} \sqrt{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 1^+} (\sqrt{x} + 1) = \lim_{x \to 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x \to 1^+} (1) = 1 + 1 = 2 \ , 2 \neq 0 \quad \textcircled{\tfrac{1}{2}} \qquad \triangle 1\tfrac{1}{2}$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)} = \frac{\lim_{x \to 1^+} (2)}{\lim_{x \to 1^+} (\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$f_+'(1) = 1 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \quad \textcircled{\tfrac{1}{2}}$$

من (1) و (2) نجد : $f_+'(1) \neq f_-'(1)$ وبالتالي $f'(1)$ غير موجودة $\textcircled{\tfrac{1}{2}}$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{غير موجودة} & : x = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases} \qquad \triangle 1$$

ومنه : $f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$ $\textcircled{\tfrac{1}{2}}$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

جدول الإجابة

(1)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(2)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(3)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(6)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(7)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(9)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]

وزارة التربية
2015-2016

الدرجة : ....

10