الوحدة السادسة

المجموعات والدوالّ
Sets & Functions

وطني الكويت
Kuwait My Country

إهداء من أ. هبه يحيى
منطقة الجهراء التعليمية

مع تحيا ت
مجموعة قنو ات

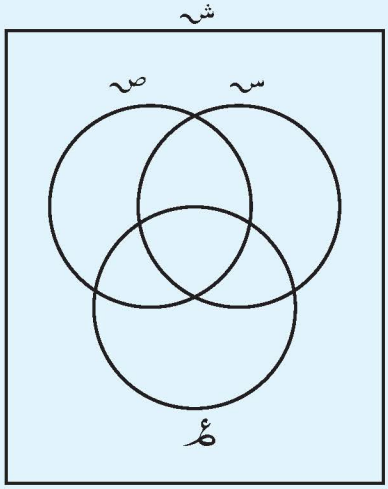
MidNight

مشروع الوحدة : (مجلس الطلبة)

تعزّز دولة الكويت روح الديمقراطية لدى المتعلّمين منذ الصغر، وذلك من خلال إجراء انتخابات داخل أروقة المدارس لاختيار أعضاء مجلس الطلبة وتحت إشراف الإدارة المدرسية ، وذلك لتهيئة النشء لممارسة حقيقية للحياة الديمقراطية.

خطّة العمل :

إذا كانت مجموعة متعلّمي فصلك (ش) وليكن عددهم ٢٠ متعلّمًا. تمّ اختيار ١٠ متعلّمين منهم لتشكيل اللجان التالية: مجموعة اللجنة الثقافية (س) ومجموعة اللجنة الرياضية (ص) ومجموعة لجنة النظام (ع).



خطوات تنفيذ المشروع :

- أُكتب مجموعة أسماء متعلّمي فصلك.
- قسِّم اللجان وفق الشروط التالية:
  - كل لجنة تتكوّن من ٥ متعلّمين.
  - متعلّم واحد فقط مشترك في جميع اللجان.
  - متعلّمان فقط على الأكثَر مشتركان في لجنتين مختلفتين.
- أُكتب مجموعة أسماء المتعلّمينَ في اللجان السابقة.
- أُكتب مجموعة أسماء المتعلّمين الذين لم يتمّ اختيارهم في أيّ من اللجان الثلاث السابقة.
- مثِّل عناصر كلّ مجموعة في شكل ڤن المجاوِر.

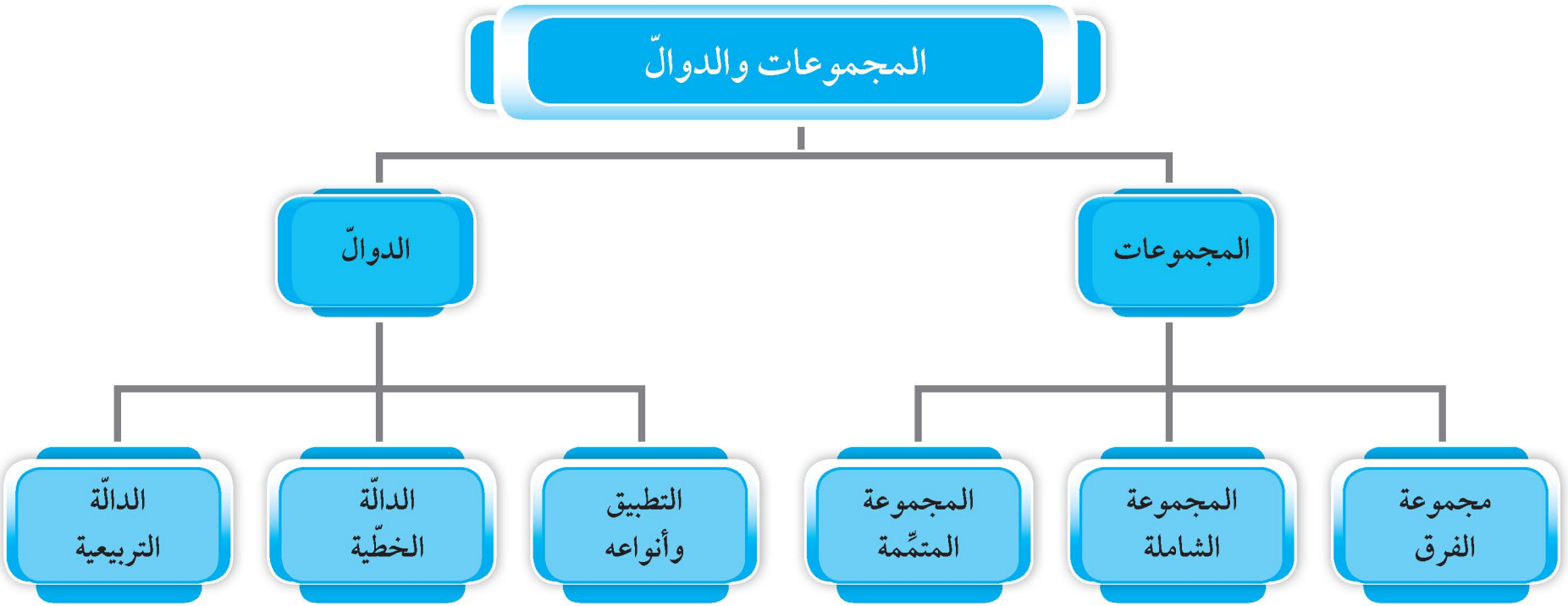
علاقات وتواصل :

- تتبادل المجموعات العمل وتتأكّد من صحّة التنفيذ .

عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

مخطَّط تنظيمي للوحدة السادسة



اِستعِدَّ للوحدة السادسة

١ إذا كانت س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {-١ ، ٠ ، ٢} ،
ضَعِ الرمز ∈ أو ∉ أو ⊆ أو ⊈ لتحصل على عبارة صحيحة .

أ ٢ ∈ س	ب {٢} ⊆ س	جـ {٠ ، -١} ⊆ س
د ٣ ∉ ص	هـ {-١ ، ٠ ، ٢} ⊆ ص	و {٢٠} ⊈ ص
ز س ⊈ ص	ح ص ⊆ س	ط ∅ ⊆ ص

٢ أُكتب كلًّا من المجموعات التالية بذكر العناصر ، ثمّ حدِّد ما إذا كانت المجموعة منتهية أو غير منتهية . (حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة)

أ س = {ب : ب ∈ ص ، ب عامل من عوامل العدد ٦}

س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٦}

مجموعة منتهية

ب ع = {جـ : جـ ∈ ص ، -٢ < جـ ≤ ٥}

ع = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

مجموعة منتهية

جـ ل = {ب : ب ∈ ص ، ب < -٤}

ل = {-٥ ، -٦ ، -٧ ، -٨ ، ...}

مجموعة غير منتهية

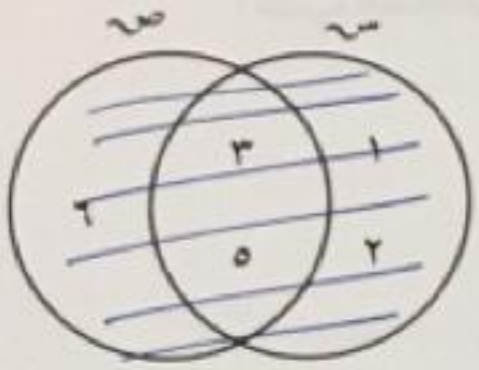
د م = مجموعة العوامل الأوّلية للعدد ٣٠

م = {٢ ، ٣ ، ٥}

مجموعة منتهية

@math_for_life

٣ من شكل ڤن المقابِل ، أكمِل بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



أ س = {١، ٢، ٣، ٥}

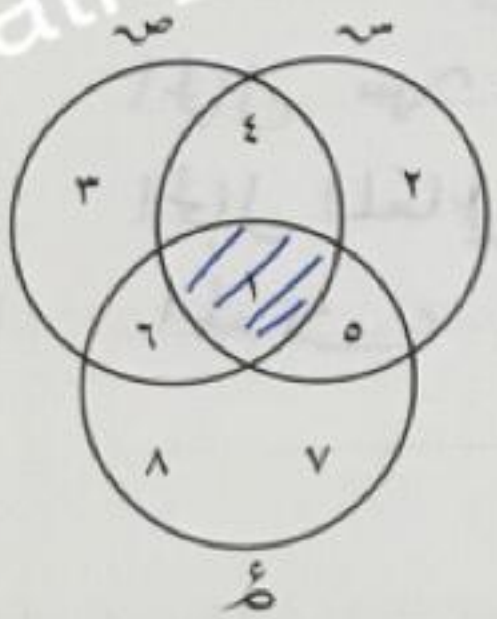
ب ص = {٣، ٥، ٦}

جـ س ∩ ص = {٣، ٥}

د س ∪ ص = {١، ٢، ٣، ٥، ٦}

ثم ظلِّل المنطقة التي تمثّل س ∪ ص .

٤ من شكل ڤن المقابِل ، أكمِل بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



أ س = {١، ٢، ٤، ٥، ٦}

ب ص = {١، ٣، ٤، ٦}

جـ س ∩ ص = {١، ٤}

د ع ∪ ص = {١، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}

هـ س ∩ ص ∩ ع = {١}

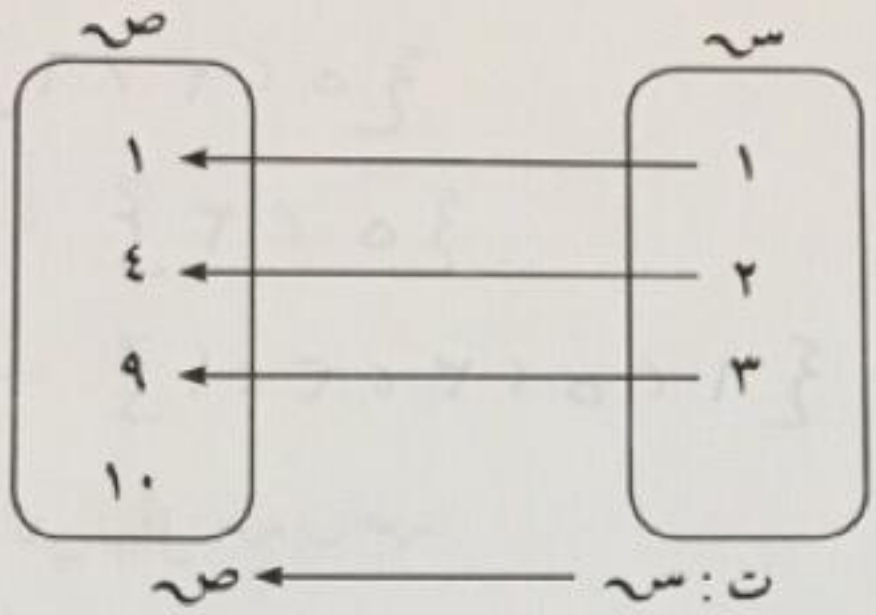
و س ∪ ص ∪ ع = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}

ثم ظلِّل المنطقة التي تمثّل (س ∩ ص ∩ ع).

@math_for_life

٥ الشكل أدناه يمثّل المخطَّط السهمي للتطبيق ت : س ← ص .

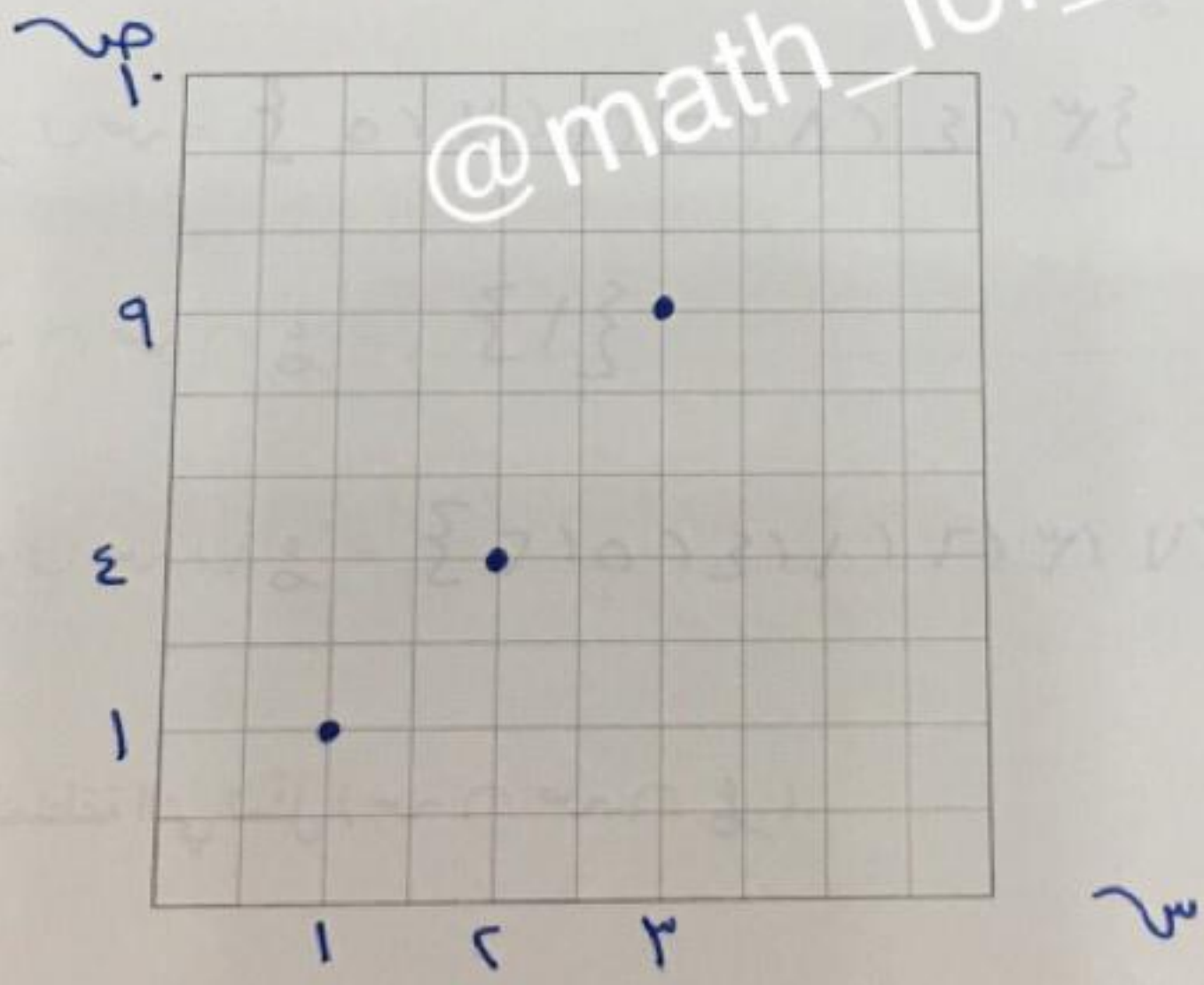
أُكتب المجال ، المجال المقابِل ، المدى ، ثمّ ارسم المخطَّط البياني للتطبيق ت .



المجال س = {١ ، ٢ ، ٣}

المجال المقابل ص = {١ ، ٤ ، ٩ ، ١٠}

المدى = {١ ، ٤ ، ٩}



@math_for__life

٦ إذا كانت س = {١ ، ٣ ، ٤} ، ص = {١ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧} ،
وكان ت تطبيق من س إلى ص ، حيث ت(س) = ٢ س − ١

أ أوجِد مدى التطبيق ت .

ت(١) = ٢ × ١ − ١ = ٢ − ١ = ١

ت(٣) = ٢ × ٣ − ١ = ٦ − ١ = ٥

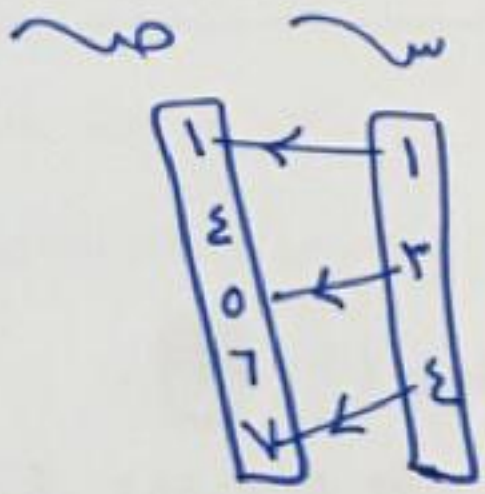
ت(٤) = ٢ × ٤ − ١ = ٨ − ١ = ٧

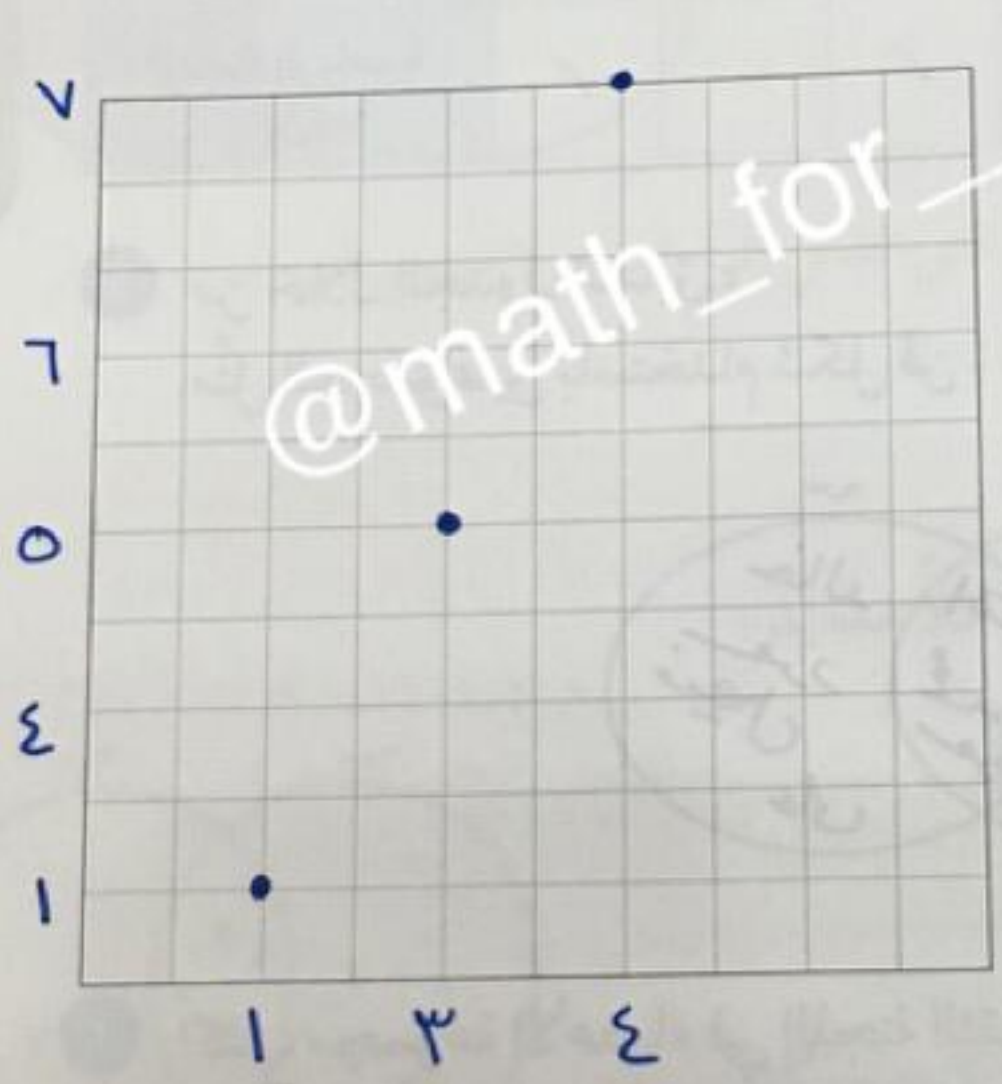
المدى = {١ ، ٥ ، ٧}

ب أُكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

{(١ ، ١) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٧)}

جـ أُرسم مخطَّطًا سهميًّا للتطبيق ت وآخر بيانيًّا .





@math_for_life

٦-١ مجموعة الفرق
Difference Set

سوف تتعلّم : إيجاد مجموعة الفرق بين مجموعتين .

نشاط :

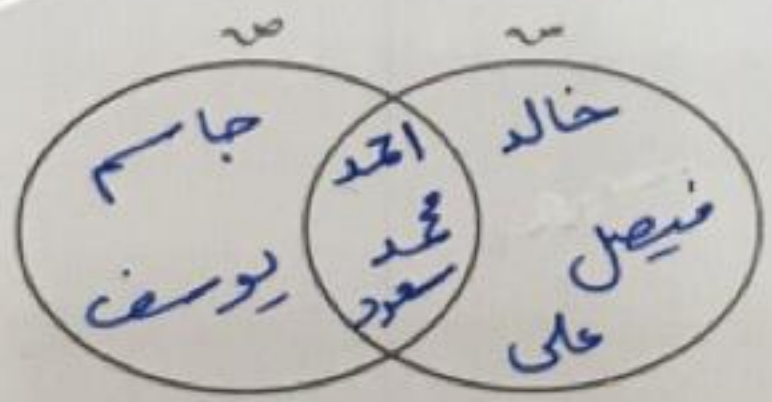
اِنتخب متعلّمو الصفّ التاسع مجموعة منهم لتمثيلهم داخل اللجنة الثقافية للمدرسة ، ومجموعة لتمثيلهم داخل اللجنة الرياضية للمدرسة ، وكانت نتائج المرشّحين كالتالي :

أسماء المرشّحين / مجموعة	أحمد	خالد	محمّد	جاسم	سعود	فيصل	يوسف	عليّ
اللجنة الثقافية س~	✓	✓	✓		✓	✓		✓
اللجنة الرياضية ص~	✓		✓	✓	✓		✓	

العبارات والمفردات :
مجموعة الفرق
Difference set

معلومات مفيدة :
تُقسَّم الدوائر الانتخابية داخل الكويت إلى ٥ دوائر، ويتم اختيار ١٠ أعضاء من كلّ دائرة لتمثيل الناخبين داخل مجلس الأمّة .

١ من خلال الجدول السابق ، مثِّل المجموعتين باستخدام شكل ڤن .



٢ أُكتب مجموعة الأعضاء في اللجنة الثقافية وليسوا أعضاء في اللجنة الرياضية .

{ خالد ، منيف ، علي }

٣ أُكتب مجموعة الأعضاء في اللجنة الرياضية وليسوا أعضاء في اللجنة الثقافية .

{ جاسم ، يوسف }

@math_for__life

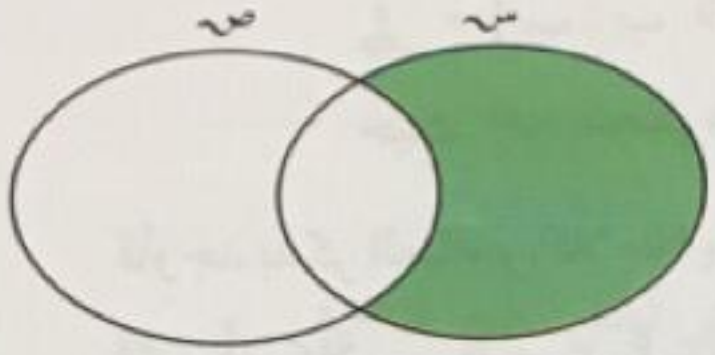
من خلال النشاط السابق :

- مجموعة الأعضاء في اللجنة الثقافية س~ وليسوا أعضاء في اللجنة الرياضية ص~

تُسمّى **مجموعة الفرق بين مجموعتين**

وتُكتَب س~ - ص~

وتُظلَّل كما في شكل ثن المقابِل .



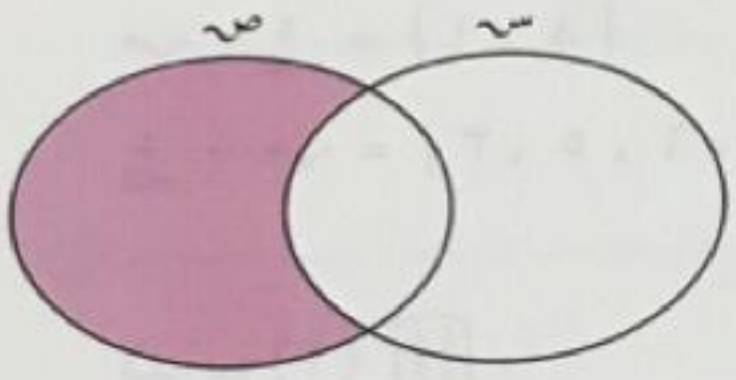
س~ - ص~ = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س~ ولا تنتمي إلى ص~

- وكذلك مجموعة الأعضاء في اللجنة الرياضية ص~ وليسوا أعضاء في اللجنة الثقافية س~

تُسمّى **مجموعة الفرق بين مجموعتين**

وتُكتَب ص~ - س~

وتُظلَّل كما في شكل ثن المقابِل .

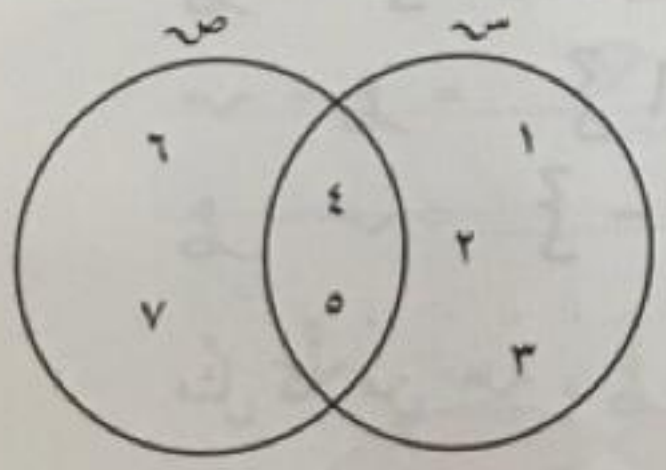


ص~ - س~ = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ص~ ولا تنتمي إلى س~

@math_for_life

تدرّب (١) :

من شكل ثن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلاًّ ممّا يلي :



أ) س~ - ص~ = {١ ، ٢ ، ٣}

ب) ص~ - س~ = {٦ ، ٧}

جـ) ماذا تلاحظ ؟ س~ - ص~ ≠ ص~ - س~

الفرق عملية غير إبدالية

مثال :

إذا كانت س = {أ : أ ∈ ص ، أ عامل من العوامل الموجَبة للعدد ٨ } ،

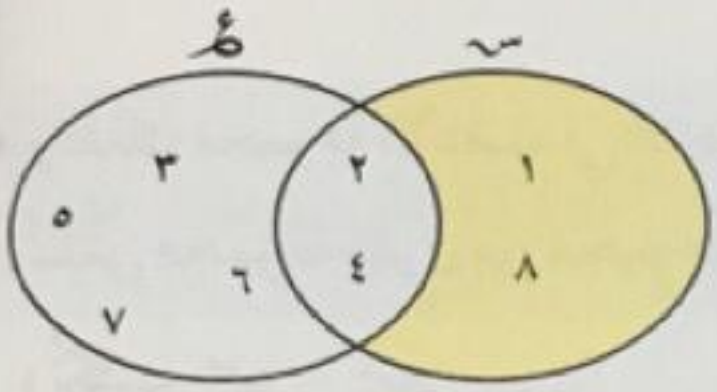
ع = {ب : ب ∈ ص ، ١ < ب ≤ ٧}،

حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .

فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي : س ، ع ، س - ع ، ع - س .

ثمّ مثّل كلًّا من س ، ع بشكل ڤن ، وظلِّل المنطقة التي تمثّل س - ع .

الحلّ :



س = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٨}

ع = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧}

س - ع = {١ ، ٨}

ع - س = {٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧}

@math_for__life

تدرّب (٢) :

إذا كانت س = {٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦} ،

ع = {ب : ب ∈ ص ، -١ ≤ ب ≤ ٤} ،

حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .

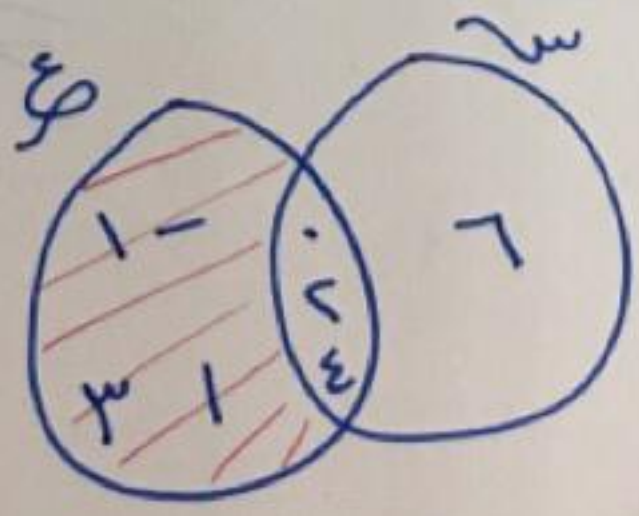
فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي:

ع = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

س - ع = {٦}

ع - س = {-١ ، ١ ، ٣}

مثّل كلًّا من س ، ع بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع - س .



تدرّب (٣) :

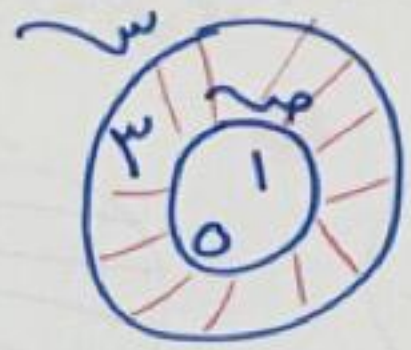
إذا كانت س = {١، ٣، ٥} ، ص = {١، ٥}

فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي:

س - ص = {٣}

ص - س = ∅

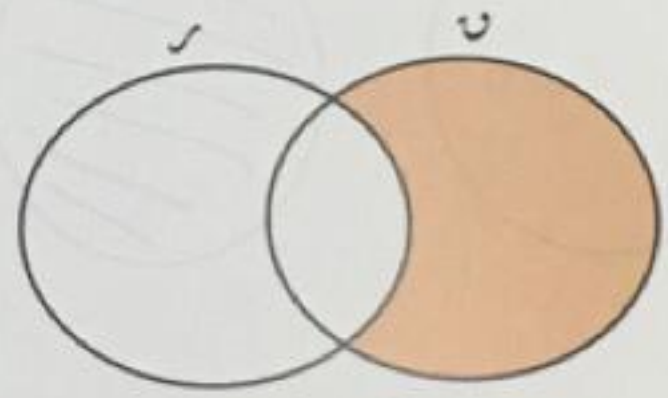
مثِّل كلًّا من س ، ص بشكل فن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل س - ص .



تدرّب (٤) :

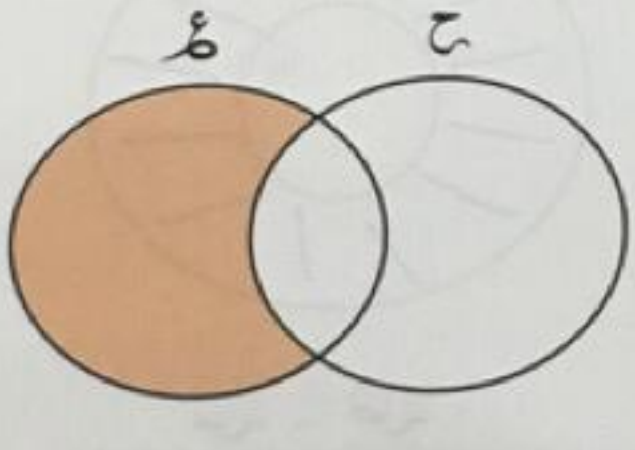
أُكتب ما يمثّله الجزء المظلَّل في كلّ من الأشكال التالية :

أ



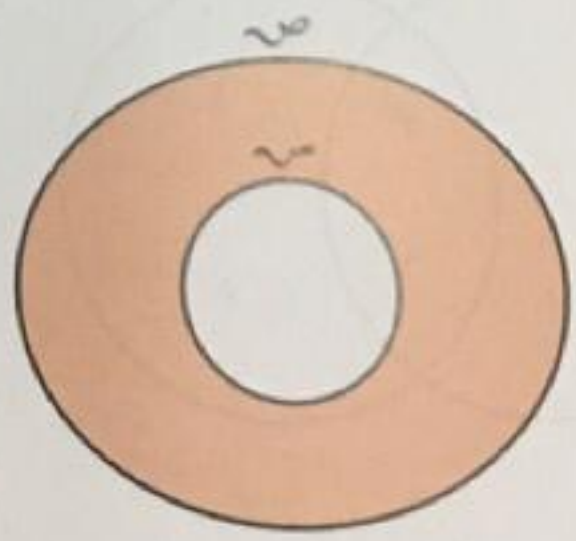
ن - ر

ب



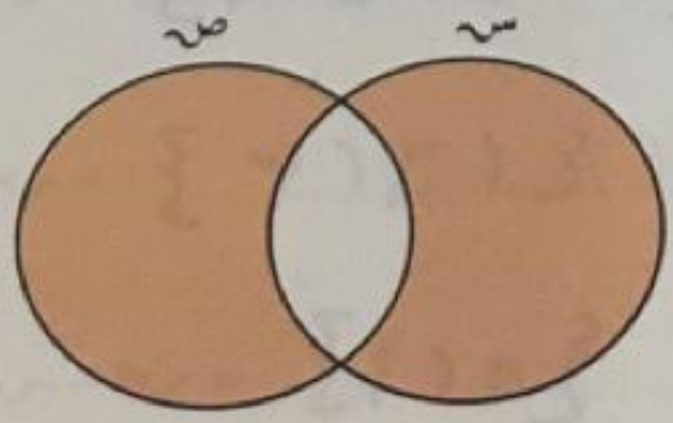
ع - ح

جـ



ص - س

د



(س - ص) ∪ (ص - س)

@math_for_life

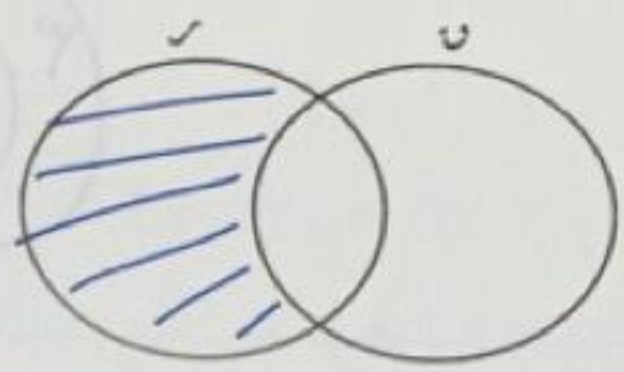
فكِّر وناقِش

إذا كانت س ⊆ ص ، فأوجِد س ∩ ص .

تمـــرَّنْ :

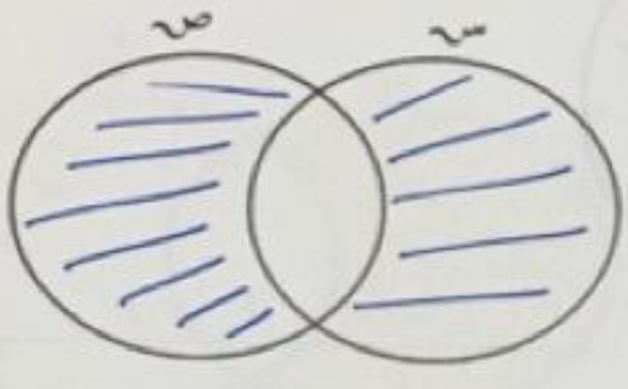
١ ظلِّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال التالية :

أ



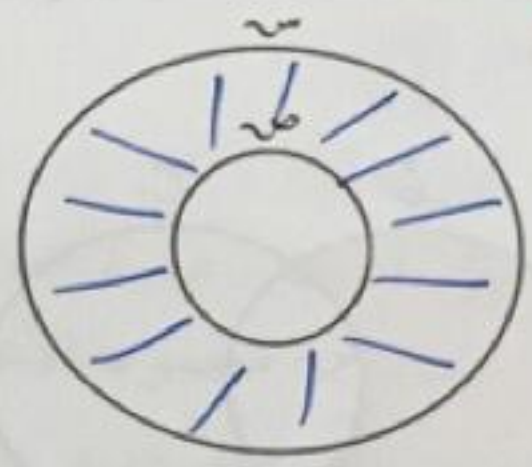
ر - ن

ب



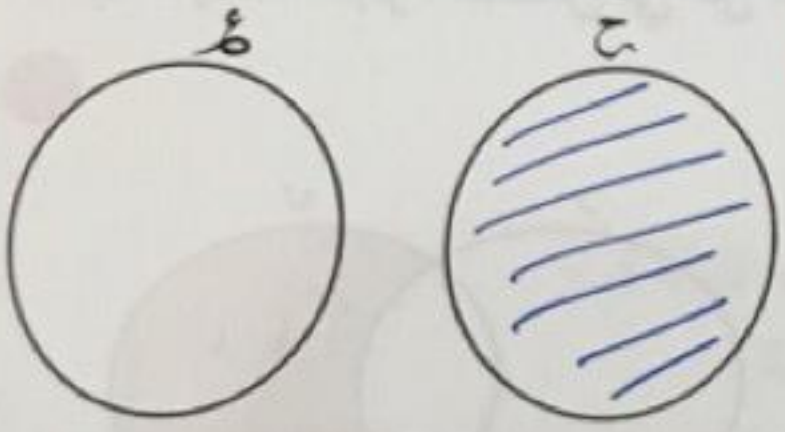
(س - ص) ∪ (ص - س)

جـ



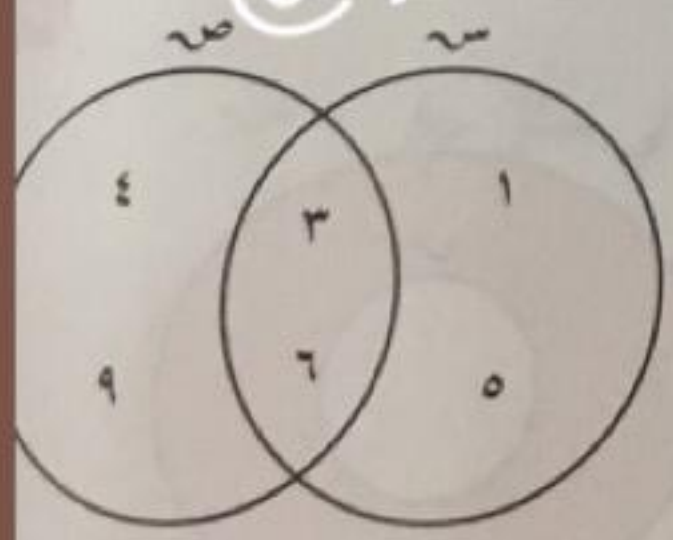
س - ص

د



ح - ع

٢ من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يأتي :



س = {١ ، ٣ ، ٥ ، ٦}

ص = {٣ ، ٦ ، ٤ ، ٩}

س - ص = {١ ، ٥}

ص - س = {٤ ، ٩}

@math_for_life

٣ إذا كانت س = مجموعة مضاعَفات العدد ٣ الأصغر من ٩ ،
ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦}

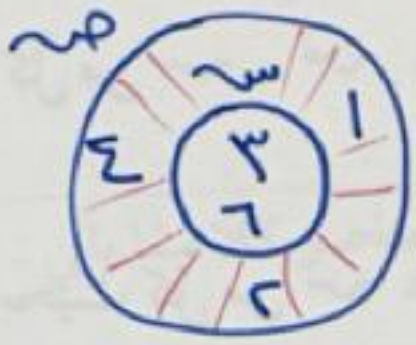
فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

س = {٣ ، ٦}

س - ص = ∅

ص - س = {١ ، ٢ ، ٤}

مثِّل كلًّا من س ، ص بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ص - س .



٤ إذا كانت ع = {أ : أ ∈ ص ، ١ ≤ أ < ٥} ،
حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .

ح = {ب : ب عامل من العوامل الأوّلية للعدد ٣٠}

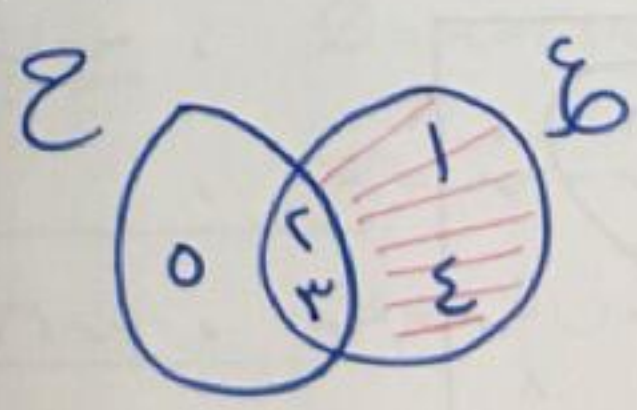
فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

ع = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

ح = {٢ ، ٣ ، ٥}

ع - ح = {١ ، ٤}

مثِّل كلًّا من ع ، ح بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع - ح .



@math_for_life

٦-٢ المجموعة الشاملة – المجموعة المتمّمة
Overall Set – Complement of a Set

سوف تتعلّم : إيجاد المجموعة الشاملة والمجموعة المتمِّمة .

نشاط :

لتكن :

س = {أ ، ب ، جـ} ، ص = {ب ، جـ ، د} ، ع = {جـ ، د ، هـ ، ل}

١ أُكتب مجموعة ي بحيث كلّ من س ، ص ، ع مجموعة جزئية منها .

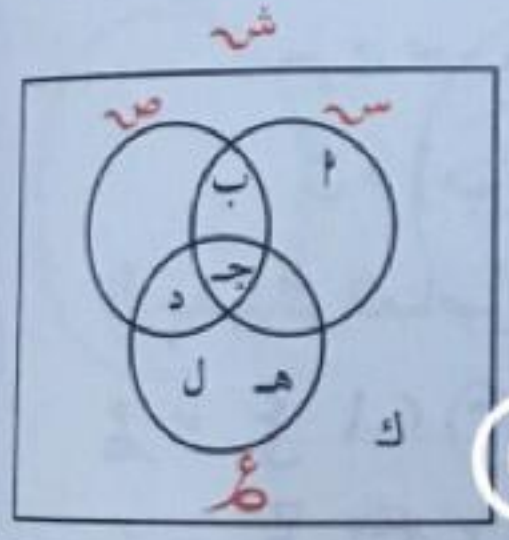
ي = {أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، ل}

٢ أُكتب مجموعة أخرى م بحيث كلّ من س ، ص ، ع مجموعة جزئية منها .

م = {أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، ل ، ط ، م}

تُسمّى كلّ من ي ، م ، ... مجموعة شاملة للمجموعات س ، ص ، ع في أمثلة مختلفة

وعادةً نرمز إلى المجموعة الشاملة بالرمز ش .



لتكن ش = {أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، ل ، ك}

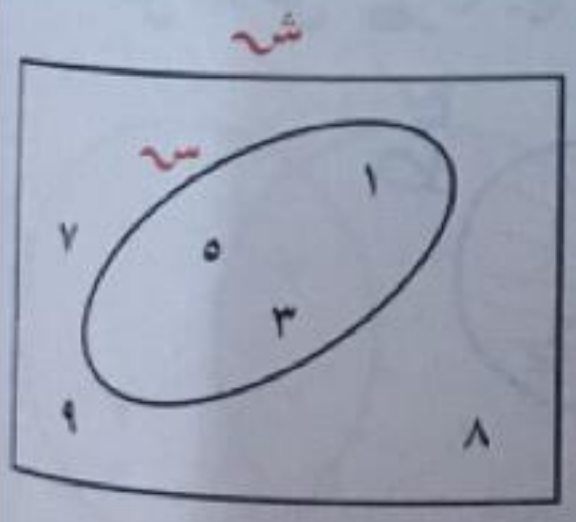
المجموعة الشاملة لكلّ من س ، ص ، ع

وتُمثَّل بشكل ڤن المقابِل .

العبارات والمفردات :
المجموعة الشاملة
Overall Set
المجموعة المتمِّمة
Complement of a Set

تدرّب (١) :

من الشكل المقابِل :



أ أُكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

ش = {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩}

س = {١ ، ٣ ، ٥}

ش – س = {٧ ، ٨ ، ٩}

ب أكمِل : ٨ ∈ (ش – س) ، ٥ ∉ (ش – س)

@math_for_life

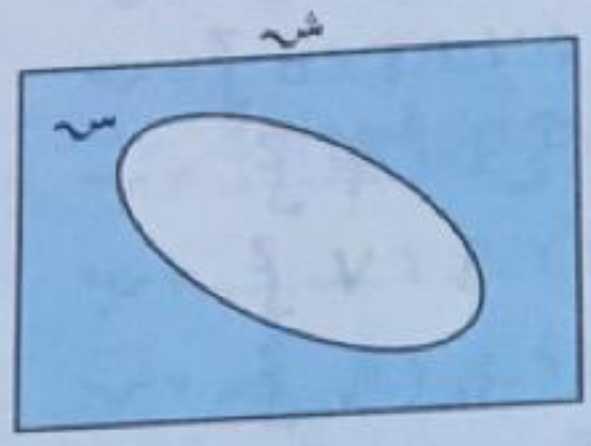
من تدرّب (١) السابق :

مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ش~ ولا تنتمي إلى س~ هي ش~ - س~

وتُسمّى مجموعة متمِّمة س~

ويُرمَز لها بالرمز : $\overline{س}$ أو $س'$

وتُظلَّل كما في شكل ثن المقابِل .

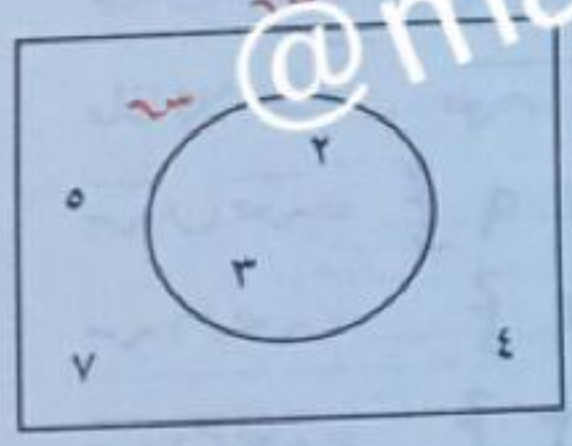


أي أنّ $\overline{س} = ش - س$

@math_for__life

تدرّب (٢) :

من الشكل المقابِل ، أُكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



ش~ = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧}

س~ = {٢ ، ٤}

$\overline{س}$ = ش~ - س~

= {٤ ، ٥ ، ٧}

$س \cap \overline{س}$ = ∅

$س \cup \overline{س}$ = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧} = ش~

$\overline{\overline{س}}$ = ش~ - $\overline{س}$ = س~

= {٢ ، ٤}

ويمكن استنتاج أنّ :

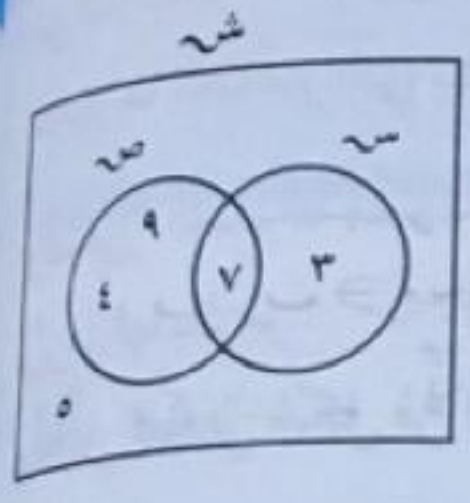
$س \cap \overline{س} = ∅$ ، $س \cup \overline{س} = ش$

$\overline{\overline{س}} = س$ ، $ش - \overline{س} = س$

$ش \cap س = س$ ، $ش \cup س = ش$

$\overline{ش} = \overline{س} \cap ش$ ، $ش = \overline{س} \cup ش$

تدرّب (٣) :



من الشكل المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

ش~ = {٥ ، ٣ ، ٧ ، ٩ ، ٤}

س~ = {٣ ، ٧}

ص~ = {٧ ، ٩ ، ٤}

$\overline{س~}$ = {٥ ، ٤ ، ٩}

$\overline{ص~}$ = {٥ ، ٣}

$\overline{س~} \cap \overline{ص~}$ = {٥}

س~ ∪ ص~ = {٣ ، ٧ ، ٩ ، ٤}

$\overline{س~ \cup ص~}$ = {٥}

ماذا تلاحظ؟ $\overline{س~ \cup ص~} = \overline{س~} \cap \overline{ص~}$

$\overline{س~} \cup \overline{ص~}$ = {٣ ، ٥ ، ٤ ، ٩}

س~ ∩ ص~ = {٧}

$\overline{س~ \cap ص~}$ = {٣ ، ٩ ، ٤ ، ٥}

ماذا تلاحظ؟ $\overline{س~ \cap ص~} = \overline{س~} \cup \overline{ص~}$

قوانين دي مورغان de Morgan :

- $\overline{س~ \cup ص~} = \overline{س~} \cap \overline{ص~}$
- $\overline{س~ \cap ص~} = \overline{س~} \cup \overline{ص~}$

معلومات مفيدة :

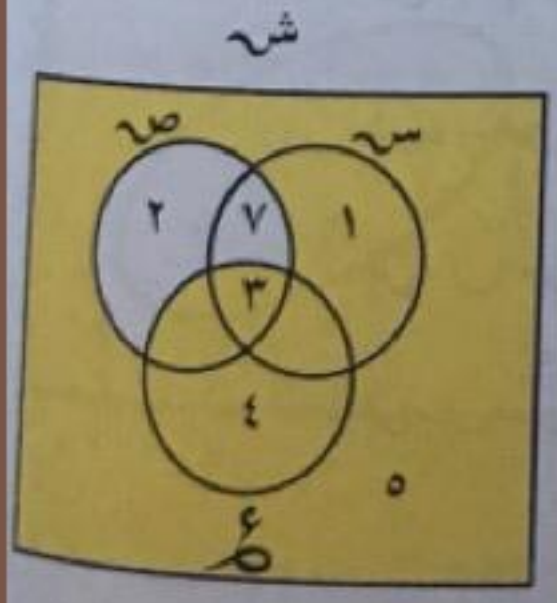
Augustus de Morgan

عالم رياضيات إنجليزي وُلِد في مدينة مدراس الهندية عام ١٨٠٦ م حيث كان يعمل والده ، ثمّ أكمل دراسته في بريطانيا ونبغ في علوم الرياضيات والفلسفة .

مثال :

من شكل فن المقابل ، أوجِد كلًّا من : ش~ ، س~ ، $\overline{ص~}$ ، س~ - ع~ ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ($\overline{ص~ - ع~}$) .

الحل :



ش~ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧}

س~ = {١ ، ٣ ، ٧}

$\overline{ص~}$ = {١ ، ٤ ، ٥}

س~ - ع~ = {١ ، ٧}

@math_for_life

تدرّب (٤) :

إذا كانت المجموعة الشاملة ش~ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ،

س~ = {ا : ا ∈ مجموعة الأعداد الكلّية ، ٢ ≤ ا < ٤}،

ص~ = {ب : ب ∈ مجموعة الأعداد الكلّية ، ب عامل من عوامل العدد ٤}

فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

س~ = {٢ ، ٣}

ص~ = {١ ، ٢ ، ٤}

$\overline{س~}$ = {١ ، ٤ ، ٥}

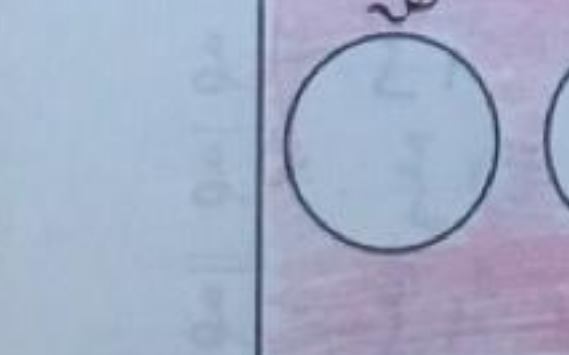
$\overline{ص~}$ = {٣ ، ٥}

$(\overline{س~ \cap ص~})$ = {١ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

$(\overline{س~ \cup ص~})$ = {٥}

$(\overline{\overline{س~} \cap ص~})$ = {٢}

ش~



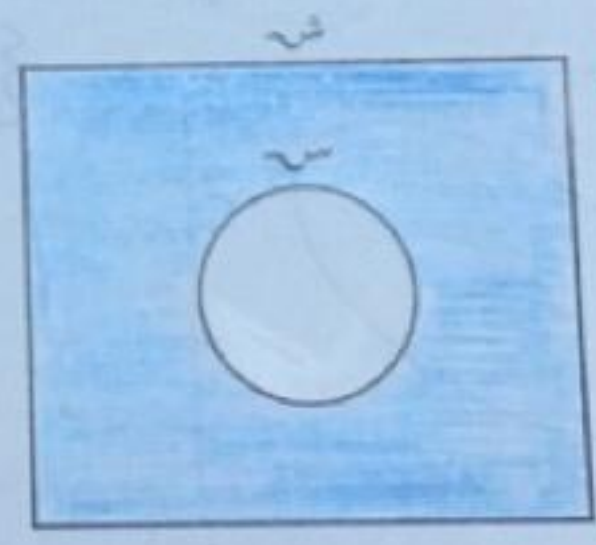
مثّل كلًّا من ش~ ، س~ ، ص~ بشكل ڤن .

@math_for_life

تدرّب (٥) :

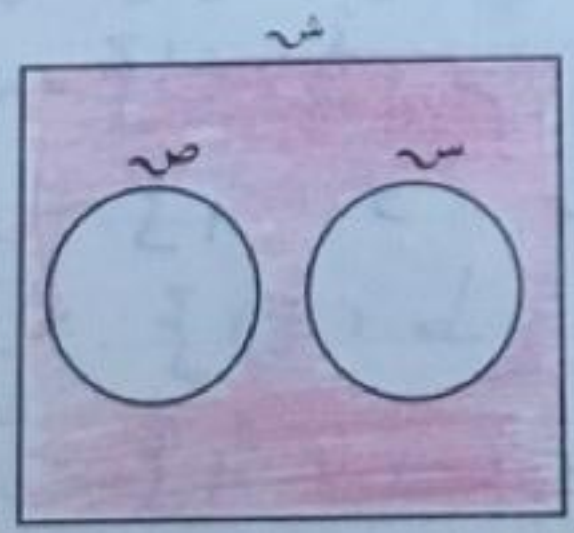
ظلِّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال التالية :

أ



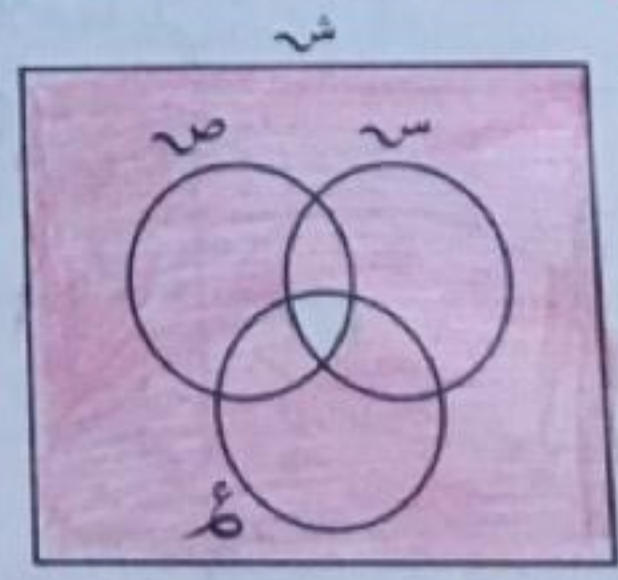
$\overline{س~}$

ب



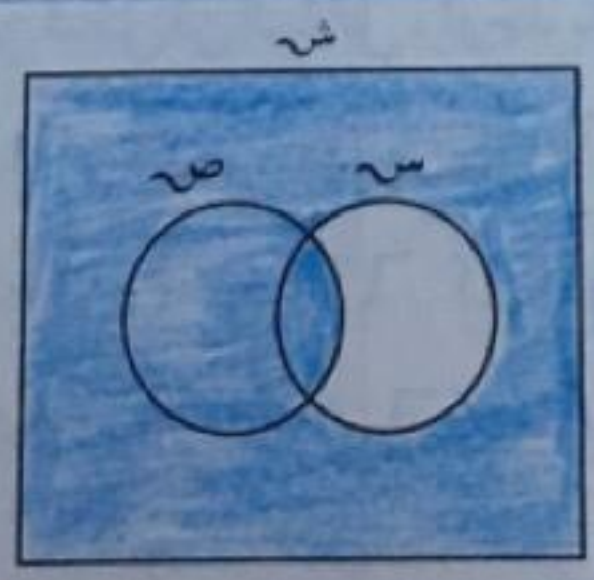
$\overline{س~ \cup ص~}$

جـ



$(\overline{س~ \cap ص~ \cap ع~})$

د

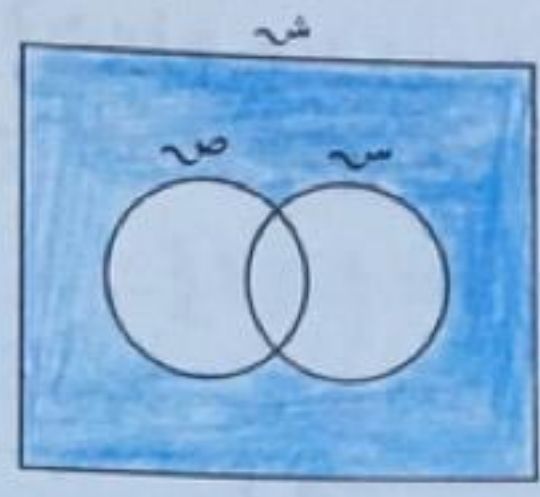


$(\overline{ص~ - س~})$

تمـــرَّنْ :

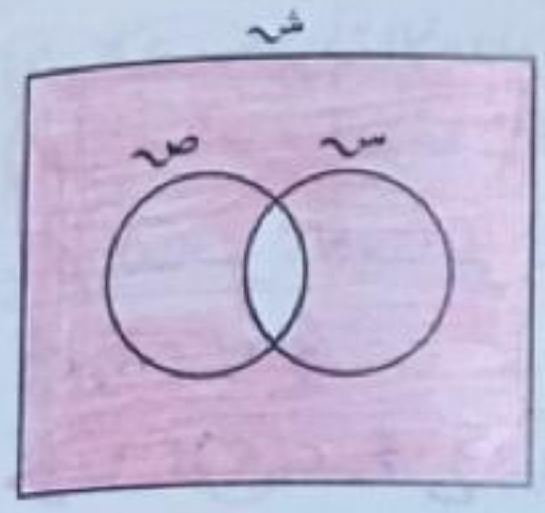
١ ظلِّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال التالية :

أ



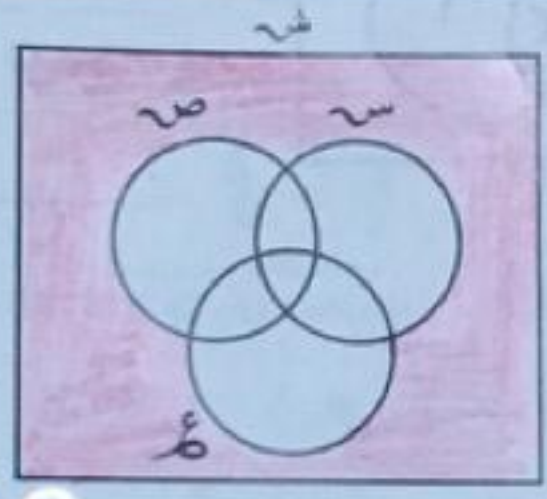
$\overline{س \cup ص}$

ب



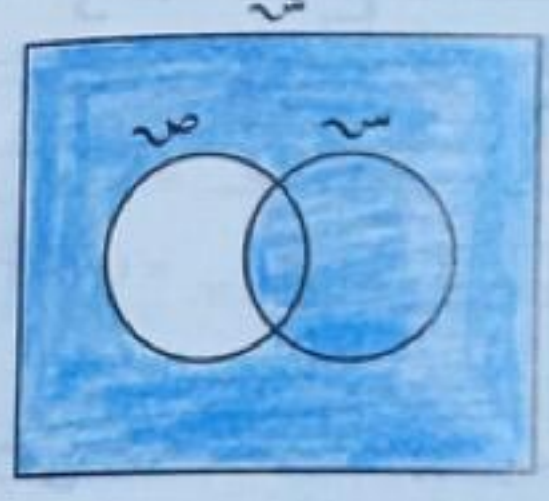
$\overline{س \cap ص}$

جـ



$(\overline{س \cup ص \cup ع})$

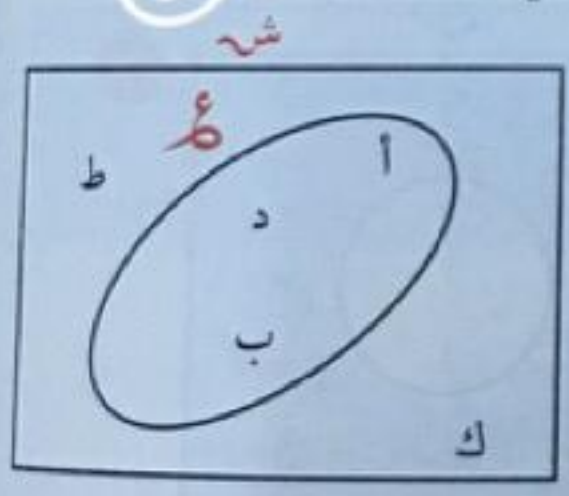
د



$(\overline{ص - س})$

@math_for__life

٢ من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



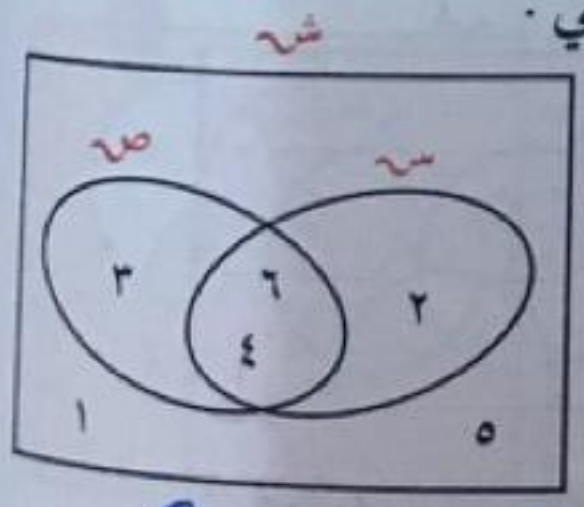
ش~ = {ك ، ئ ، ا ، د ، ب ، ط}

ع~ = {ئ ، ا ، د ، ب}

$\overline{ع}$ = {ا ، ك ، ط}

$\overline{\overline{ع}}$ = {ئ ، ا ، د ، ب}

٣ من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



أ ش~ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

س~ = {٤ ، ٦ ، ٢}

ص~ = {٣ ، ٦ ، ٤}

$\overline{س}$ = {١ ، ٣ ، ٥} ، $\overline{ص}$ = {١ ، ٢ ، ٥}

ب $(\overline{س \cap ص}) =$ $\{٢، ٥، ٣، ١\}$

$(\overline{س \cup ص}) =$ $\{٥، ١\}$

٤ إذا كانت المجموعة الشاملة ش = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}،
م = مجموعة الأعداد الفردية الأكبر من ١ والأصغر من ٧،
ك = {أ : أ عدد زوجي، ١ < أ < ٦}،
فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

م = $\{٣، ٥\}$

ك = $\{٢، ٤\}$

$\overline{م} =$ $\{١، ٢، ٤\}$

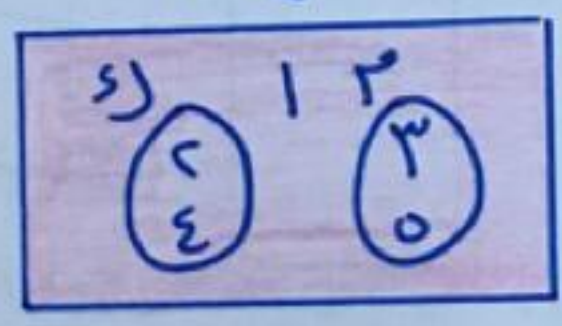
$\overline{ك} =$ $\{١، ٣، ٥\}$

$(\overline{م \cap ك}) =$ $\overline{م} \cup \overline{ك} = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥\}$

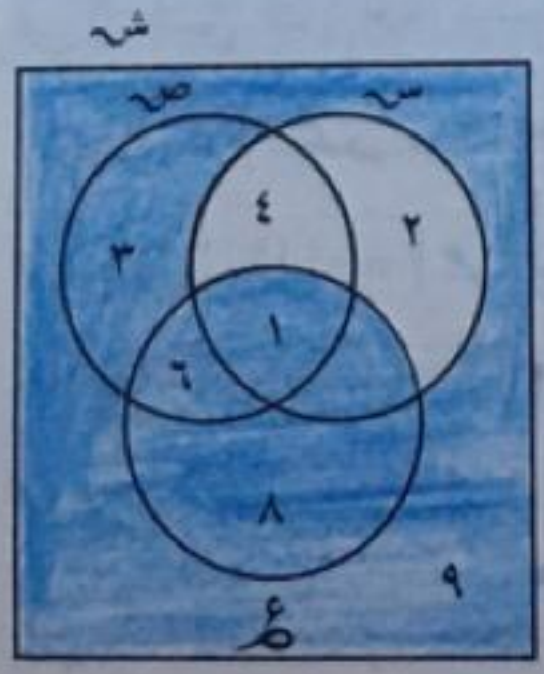
م − ك = $\{٣، ٥\}$

$(\overline{م - ك}) =$ $\{١، ٢، ٤\}$

مثّل كلًّا من ش، م، ك بشكل ڤن، ثمّ ظلّل المنطقة التي تمثّل $(م \cap \overline{ك})$.



٥ من شكل ڤن المقابل، أكمل بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



أ ش = $\{٩، ٨، ١، ٦، ٢، ٤، ٣\}$

ب ص = $\{٤، ١، ٣، ٦\}$

جـ $\overline{س}$ = $\{٣، ٦، ٨، ٩\}$

د ص − ع = $\{٣، ٤\}$

هـ $(\overline{س \cap ص}) =$ $\{٢، ٨، ٣، ٦، ٩\}$

ثمّ ظلّل المنطقة التي تمثّل $(س - \overline{ع})$.

@math_for_life

٦-٣ التطبيق وأنواعه
Mapping and its Kind

سوف تتعلّم : التطبيق (الدالّة) وأنواعه .

درست فيما سبق : أنّ العلاقة من مجموعة س إلى مجموعة ص هي تطبيق (دالّة) إذا ارتبط كلّ عنصر من س بعنصر واحد وواحد فقط من ص . وتُسمّى س « المجال » ، ص « المجال المقابِل » وتُسمّى مجموعة صور عناصر المجال « المدى » .

نشاط :

شارك مجموعة من الأصدقاء هم محمّد وعيسى وعبدالله في مسابقات الموروث الشعبي الخليجي على يومين متتاليين . المخطّطات السهمية التالية تمثّل المسابقات التي اشترك فيها الأصدقاء حيث س تمثّل مجموعة الأصدقاء ، ص تمثّل مجموعة المسابقات ، كلّ من العلاقات التالية تمثّل تطبيقًا .

اليوم الأول

ت : س ⟵ ص

أكمِل كلًّا ممّا يلي :

في التطبيق ت : س ⟵ ص

المجال = { محمد ، عيسى ، عبدالله }

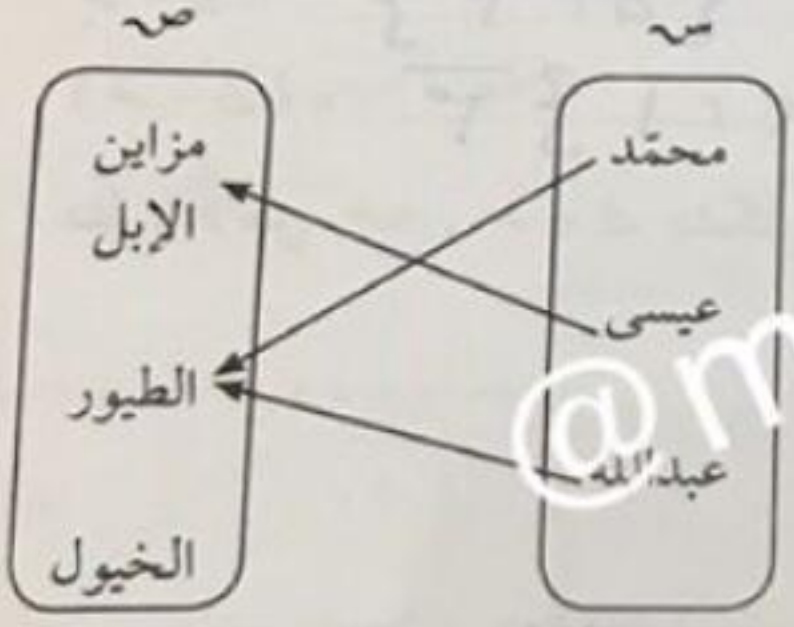
المجال المقابل = { مزاين الابل ، الطيور ، الخيول }

المدى = { مزاين الابل ، الطيور ، الخيول }

هل المدى يساوي المجال المقابل ؟

نعم

اليوم الثاني



ق : س ⟵ ص

أكمِل كلًّا ممّا يلي :

في التطبيق ق : س ⟵ ص

المجال = { محمد ، عيسى ، عبدالله }

المجال المقابل = { مزاين الابل ، الطيور ، الخيول }

المدى = { مزاين الابل ، الطيور }

هل المدى يساوي المجال المقابل ؟

لا

العبارات والمفردات :

- تطبيق — Mapping
- المجال — Domain
- المجال المقابِل — Corresponding Domain
- المدى — Range
- تطبيق شامل — Surjective
- تطبيق متباين — Injective
- تطبيق تقابل — Bijective
- دالّة — Function

معلومات مفيدة :

تقيم قرية صباح الأحمد التراثية مهرجان الموروث الشعبي الخليجي في كلّ عام ، والذي يشمل العديد من الاحتفاليات الوطنية والفعاليات من الفنون الشعبية والتراثية والثقافية والفنّية والرياضية والعديد من المسابقات والأنشطة التي تضفي جوًّا من البهجة والترفيه على زوّار القرية .

@math_for_life

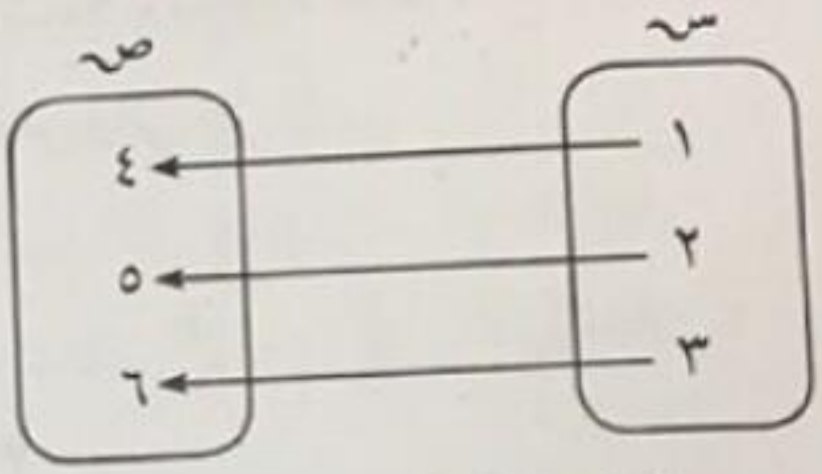
التطبيق الذي يتساوى فيه المدى والمجال المقابِل يُسمّى « تطبيق شامل » .

ممّا سبق نستنتج أنّ :

ت تطبيق شامل ، ن تطبيق ليس شاملًا .

تدرّب (١) :

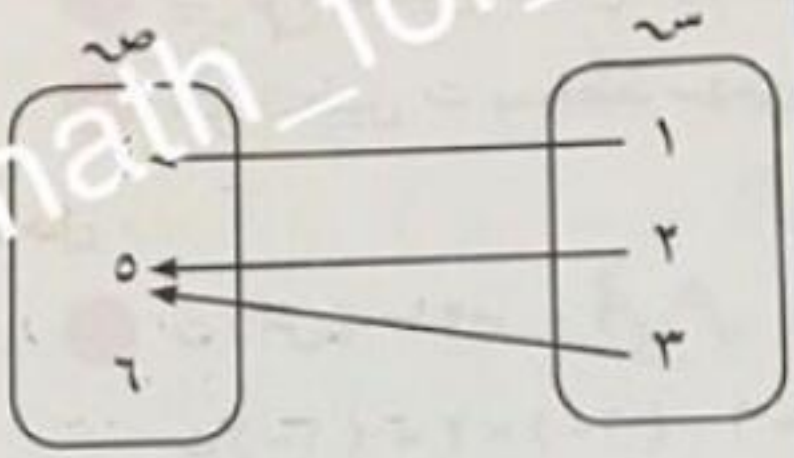
أيّ التطبيقات التالية شامل وأيّها ليس شاملًا ؟ اذكر السبب :



ت : س~ ⟵ ص~

ت تطبيق شامل

السبب : لأن المدى يساوي المجال المقابل



ن : س~ ⟵ ص~

ن تطبيق ليس شامل

السبب : لأن المدى لا يساوي المجال المقابل

من تدرّب (١) : أكمِل :

في التطبيق ت : س~ ⟵ ص~

ت (١) = ٤

ت (٢) = ٥

ت (٣) = ٦

هل صور عناصر المجال مختلفة ؟

نعم صور عناصر المجال مختلفة

في التطبيق ن : س~ ⟵ ص~

ن (١) = ٤

ن (٢) = ٥

ن (٣) = ٥

هل صور عناصر المجال مختلفة ؟

لا "عناصر المجال غير مختلفة"

التطبيق الذي لا يرتبط فيه عنصران أو أكثر من المجال بالعنصر نفسه من المجال المقابِل يُسمّى « تطبيق متباين » .

إذًا في تدرب (١) : ت تطبيق متباين ، ن تطبيق ليس متباينًا .

التطبيق الشامل والمتباين يُسمّى « تطبيق تقابل » .

إذًا في تدرب (١) : ت تطبيق تقابل ، ن تطبيق ليس تقابلًا .

@math_for_life

مثال (١):

إذا كانت س = {-١، ٠، ٣} ، ص = {-٣، -١، ٥}،

التطبيق ت: س ⟵ ص ، حيث ت(س) = ٢س - ١

أ أوجِد مدى التطبيق ت.

ب أُكتب التطبيق ت كمجموعة من الأزواج المرتَّبة.

جـ بيِّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا، متباينًا، تقابلًا، مع ذكر السبب.

د مثِّل التطبيق ت بمخطَّط سهمي وآخر بياني.

الحلّ:

أ ت(س) = ٢س - ١

ت(-١) = ٢ × (-١) - ١ = -٣

ت(٠) = ٢ × (٠) - ١ = -١

ت(٣) = ٢ × (٣) - ١ = ٥

المدى = {-٣، -١، ٥}

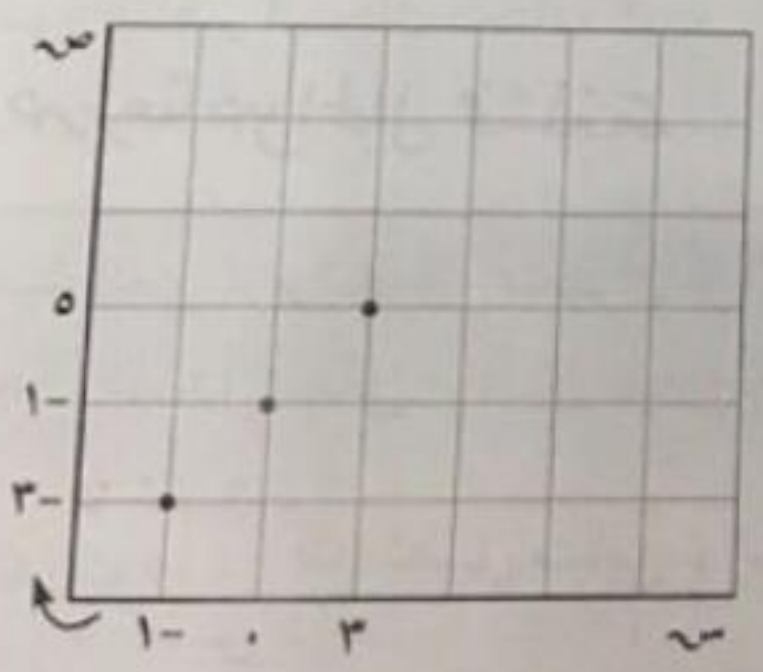
ب ت = {(-١، -٣)، (٠، -١)، (٣، ٥)}

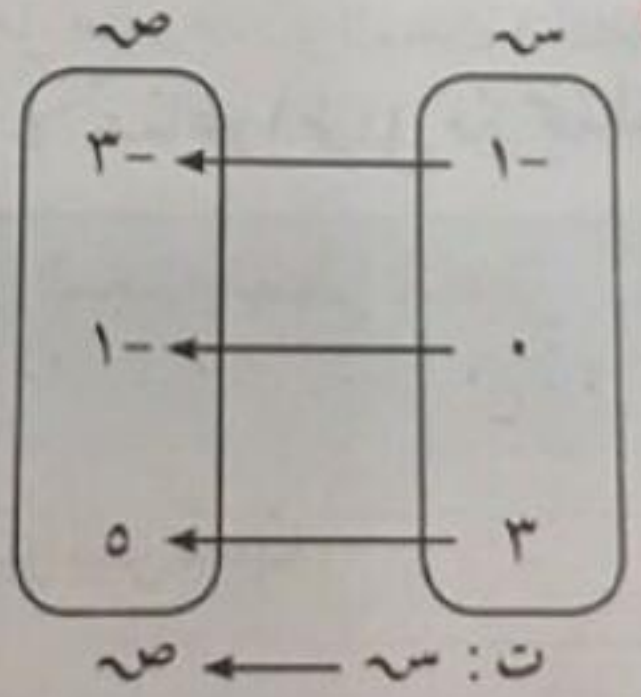
جـ ت تطبيق شامل لأنّ المدى = المجال المقابِل.

ت تطبيق متباين لأنّ ت(-١) ≠ ت(٠) ≠ ت(٣)

ت تطبيق تقابل لأنّه شامل ومتباين.

د





@math_for_life

تدرّب (٢)

إذا كانت س = {-٣ ، ٠ ، ٣}، ص = {-٩ ، ٠ ، ٩}،
التطبيق ن : س ⟵ ص ، حيث ن(س) = ٣س

١ أوجِد مدى التطبيق ن .

ن(س) = ٣س

ن(-٣) = ٣ × -٣ = -٩

ن(٠) = ٣ × ٠ = ٠

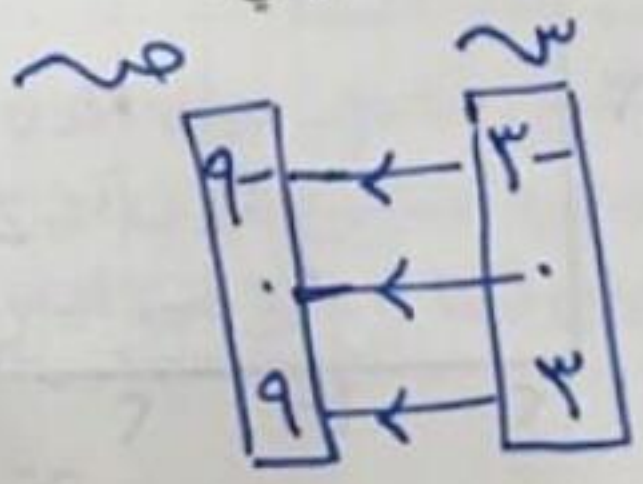
ن(٣) = ٣ × ٣ = ٩

المدى = {-٩ ، ٠ ، ٩}

ب أُكتب التطبيق ن كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

{(-٣ ، -٩) ، (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٩)}

جـ مثِّل التطبيق ن بمخطَّط سهمي .



@math_for__life

د بيِّن نوع التطبيق ن من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

ن تطبيق شامل لأنّ : المدى = المجال المقابل

ن تطبيق متباين لأنّ : ن(-٣) ≠ ن(-) ≠ ن(٣)

ن تطبيق تقابل لأنه : شامل ومتباين

تدرّب (٣) :

ليكن التطبيق ت : {-٢ ، -١ ، ٢ ، ٣} ⟵ {٠ ، ٣ ، ٨} ، حيث ت (س) = س^{٢} - ١

١ أوجِد مدى التطبيق ت .

ت (س) = س^{٢} - ١

ت (-٢) = (-٢)^{٢} - ١ = ٤ - ١ = ٣

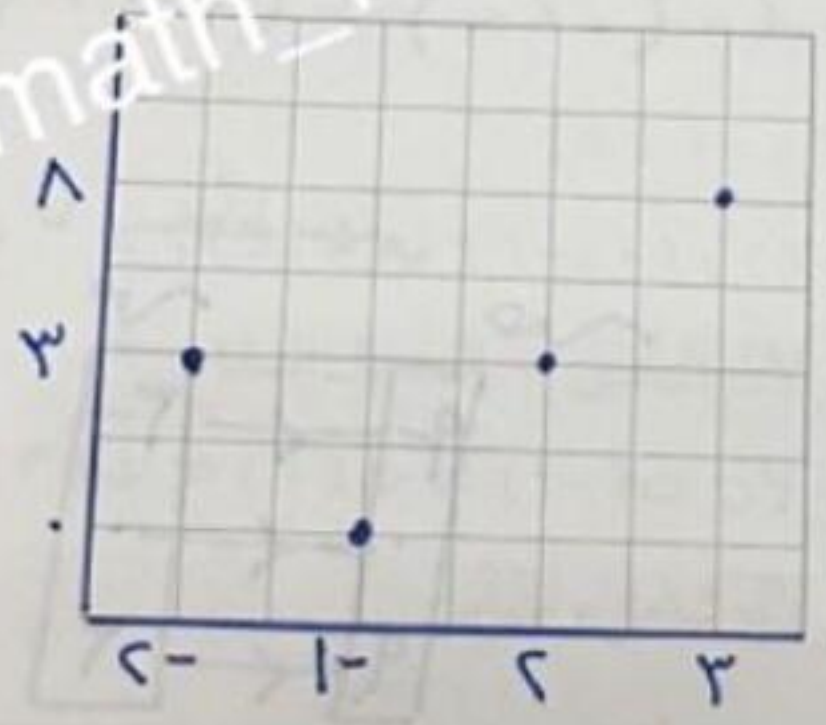
ت (-١) = (-١)^{٢} - ١ = ١ - ١ = ٠

ت (٢) = (٢)^{٢} - ١ = ٤ - ١ = ٣

ت (٣) = (٣)^{٢} - ١ = ٩ - ١ = ٨

المدى = {٠ ، ٣ ، ٨}

ب مثّل التطبيق ت بمخطّط بياني .



@math_for_life

ج بيّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

التطبيق شامل لانه المدى يساوى المجال المقابل

التطبيق ليس متباين لان ت (-٢) = ت (٢)

التطبيق ليس تقابل لانه ليس متباين

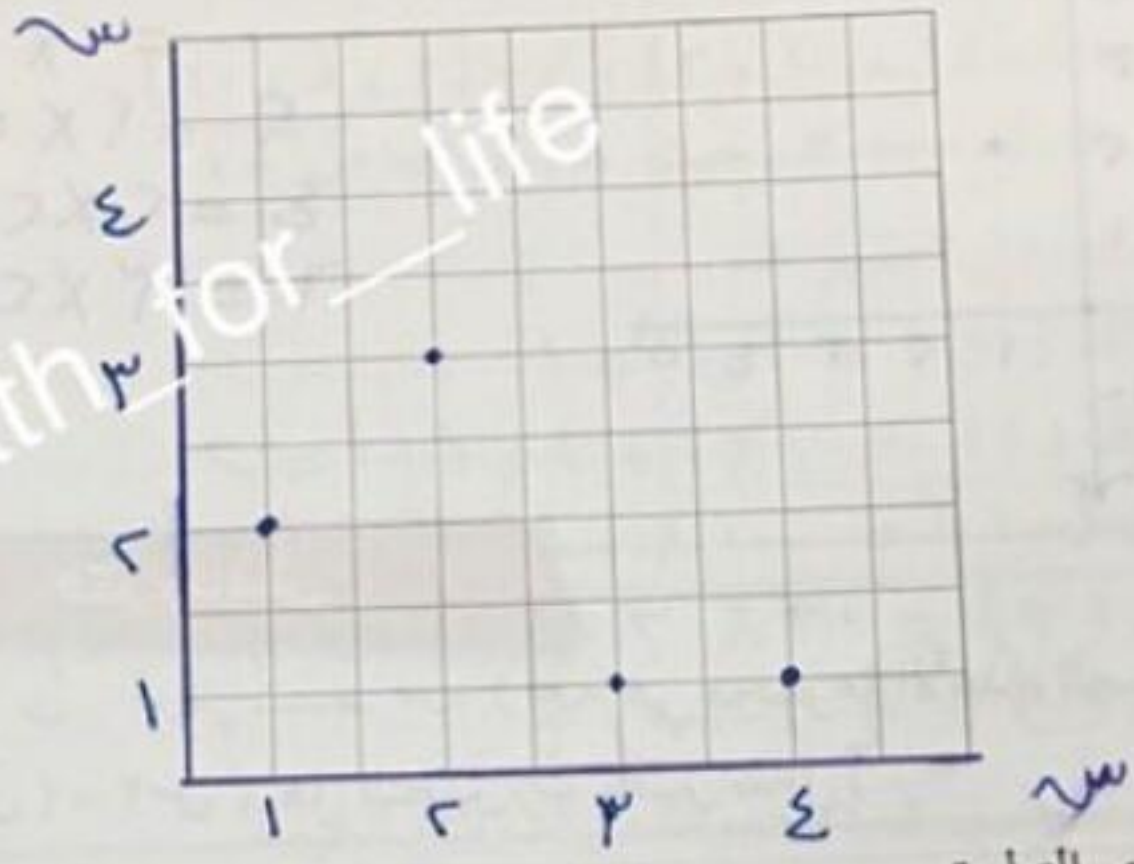
فكّر وناقش

إذا كان التطبيق ن : ص ⟵ ص ، حيث ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة ،
ن (س) = س^{٢} ، هل التطبيق ن تطبيق متباين ؟

تدرّب (٤) ،

إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٤} ، التطبيق د : س ⟵ س ،
حيث د = {(١، ٢)، (٢، ٣)، (٣، ١)، (٤، ١)}

أ مثّل التطبيق د بمخطّط بياني .



ب أُكتب مدى التطبيق .

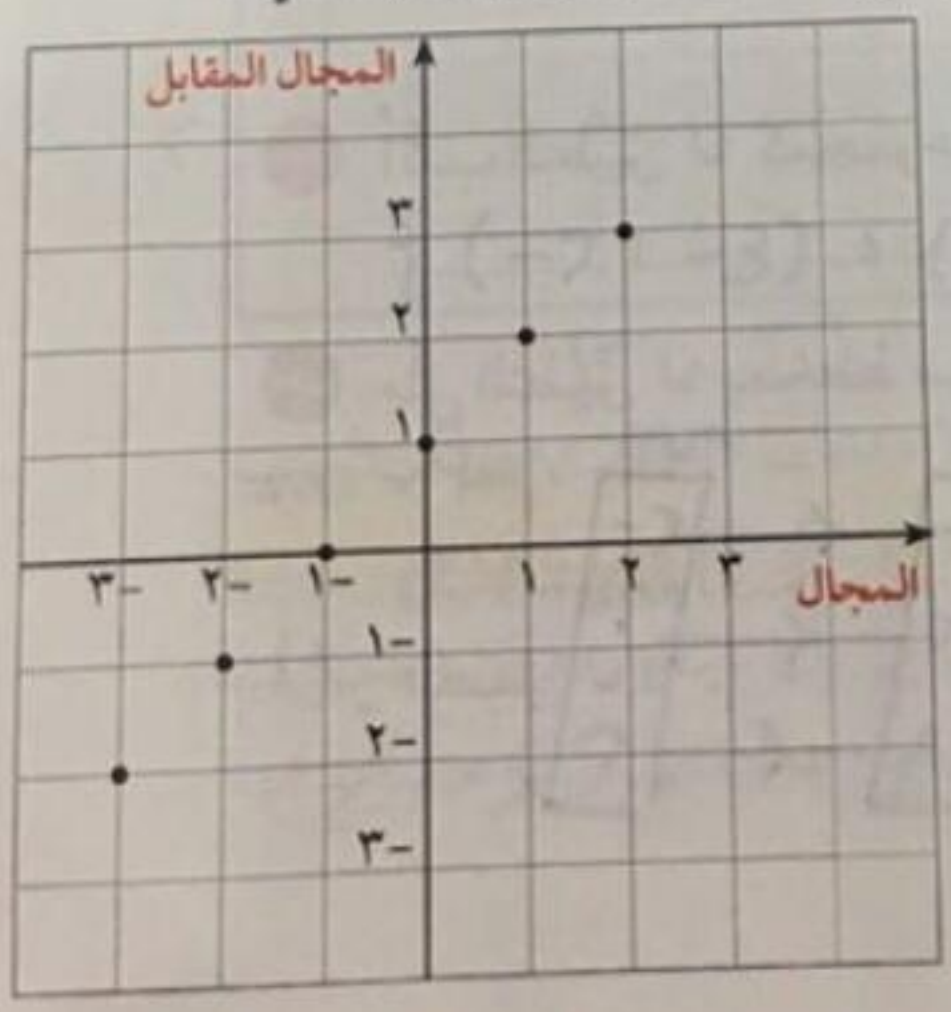
المدى = {٢، ٣، ١}

جـ هل التطبيق د تطبيق تقابل ؟ لماذا ؟

التطبيق ليس شامل لان المدى ≠ المجال المقابل
التطبيق ليس متباين لان د(٣) = د(٤)
التطبيق ليس تقابل لانه ليس شامل ومتباين

مثال (٢) :

ليكن التطبيق ن : ص ⟵ ص (ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث
ن(س) = س + ١ ، مثّل ن بمخطّط بياني .



الحلّ :

(المجال ص مجموعة غير منتهية
فنوجد صور بعض العناصر) .

⋮

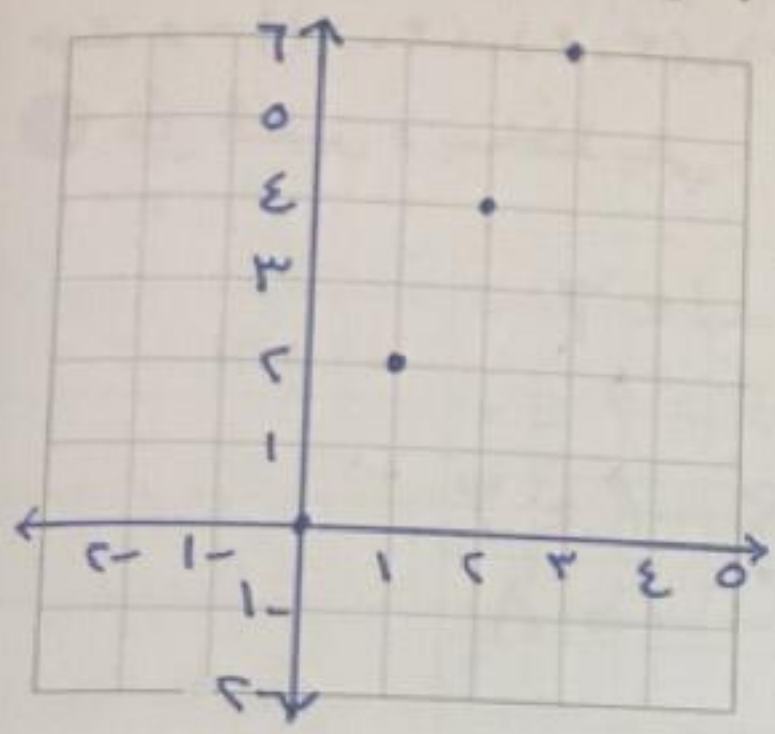
ن(-٢) = -٢ + ١ = -١
ن(-١) = -١ + ١ = ٠
ن(٠) = ٠ + ١ = ١
ن(١) = ١ + ١ = ٢

⋮

@math_for_life

تدرّب (٥) :

ليكن التطبيق ت : ص+ ⟵ ص (ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = ٢س ، مثل ت بمخطّط بياني .



ت (١) = ٢ × ٢ = ٢

ت (٢) = ٢ × ٢ = ٤

ت (٣) = ٣ × ٢ = ٦

فكّر وناقش

ليكن التطبيق ت : ص+ ⟵ ص (ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = ٢س ، هل التطبيق ت تطبيق تقابل ؟

@math_for life

تمـــرّنْ :

١ إذا كانت س = {-٢ ، ٠ ، ٢} ، ص = {-٤ ، ٢ ، ٨} ،
التطبيق ق : س ⟵ ص ، حيث ق (س) = ٣ س + ٢

أ أوجِد مدى التطبيق ق .

ق (س) = ٣س + ٢

ق (-٢) = ٣ × -٢ + ٢ = -٦ + ٢ = -٤

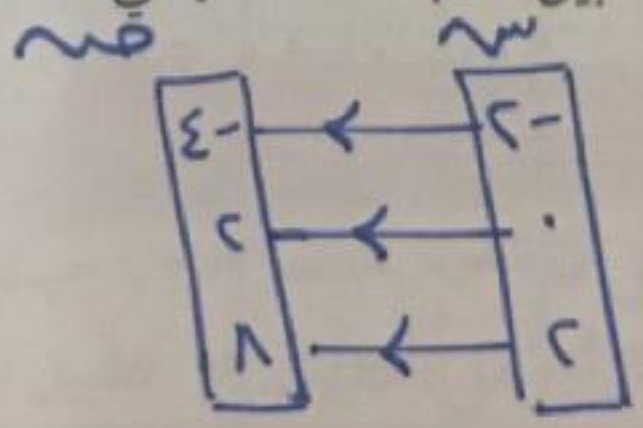
ق (٠) = ٣ × ٠ + ٢ = ٠ + ٢ = ٢

ق (٢) = ٣ × ٢ + ٢ = ٦ + ٢ = ٨

ب أُكتب التطبيق ق كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

{(-٢ ، -٤) ، (٠ ، ٢) ، (٢ ، ٨)}

ج مثِّل التطبيق ق بمخطَّط سهمي .



د بيّن نوع التطبيق ق من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

التطبيق شامل لأنه المدى = المجال المقابل

التطبيق متباين لأنه ق(-٤) ≠ ق(٠) ≠ ق(٢)

التطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين.

٢ إذا كانت ل = {١ ، -١ ، ٣} ، م = {٢ ، ٥ ، ١٠} ،

التطبيق هـ : ل ⟵ م ، حيث هـ(س) = س^{٢} + ١

أ أوجِد مدى التطبيق هـ .

هـ(س) = س^{٢} + ١

هـ(١) = ١ × ١ + ١ = ١ + ١ = ٢

هـ(-١) = -١ × -١ + ١ = ١ + ١ = ٢

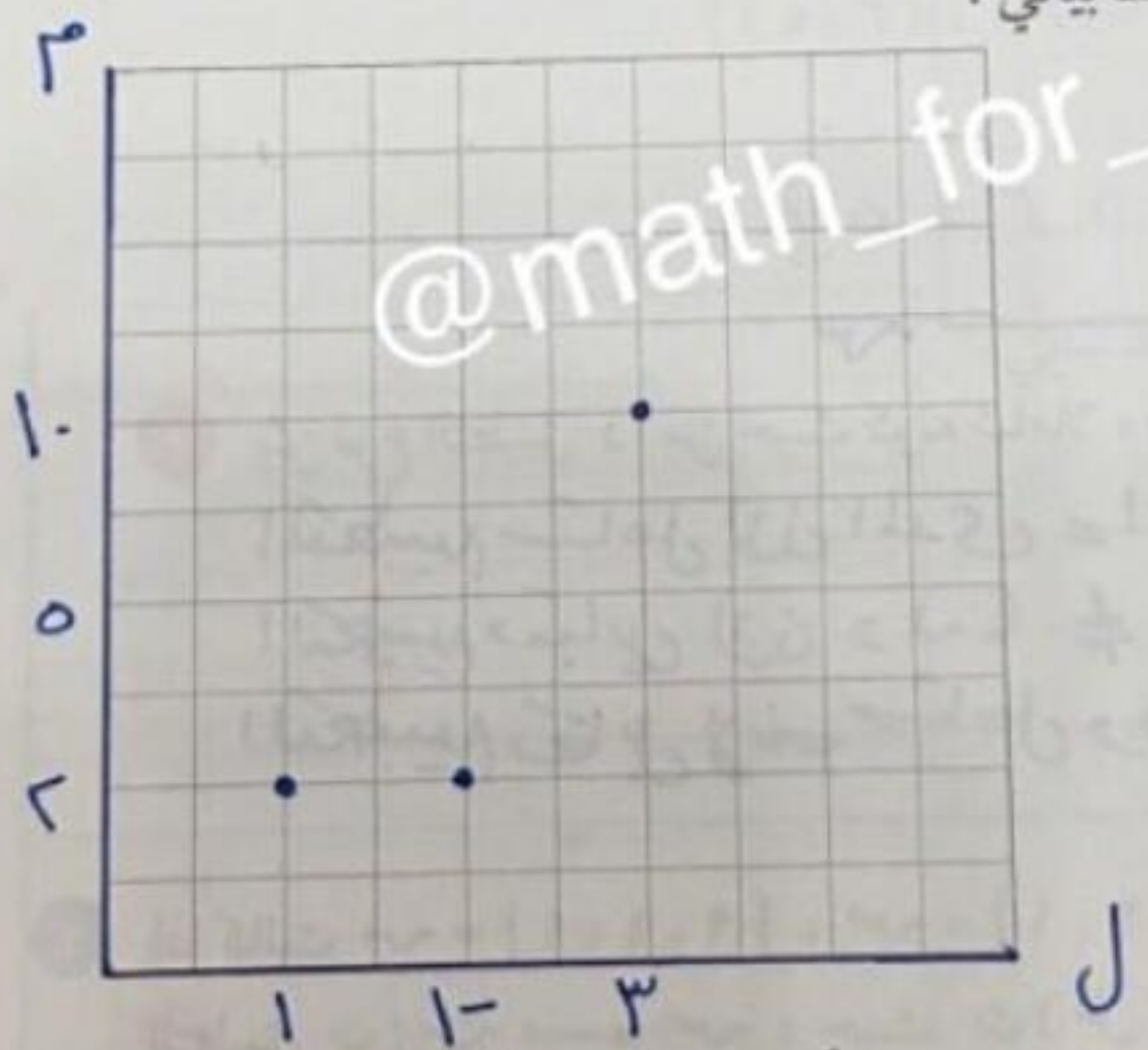
هـ(٣) = ٣ × ٣ + ١ = ٩ + ١ = ١٠

المدى = {٢ ، ١٠}

ب أُكتب التطبيق هـ كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

{(١ ، ٢) ، (-١ ، ٢) ، (٣ ، ١٠)}

جـ مثِّل التطبيق هـ بمخطَّط بياني .



@math_for__life

د بيّن نوع التطبيق هـ من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

التطبيق ليس شامل لأن المدى ≠ المجال المقابل

التطبيق ليس متباين لأن هـ(١) = هـ(-١)

التطبيق ليس تقابل لأنه ليس شامل ولا متباين

٣ إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢} ، ص = {٠ ، ١ ، ٨} ،
التطبيق د : س ⟵ ص ، حيث د(س) = س^{٣}

أ أوجِد مدى التطبيق د .

د(س) = س^{٣}

د(٠) = (٠)^{٣} = ٠

د(١) = (١)^{٣} = ١

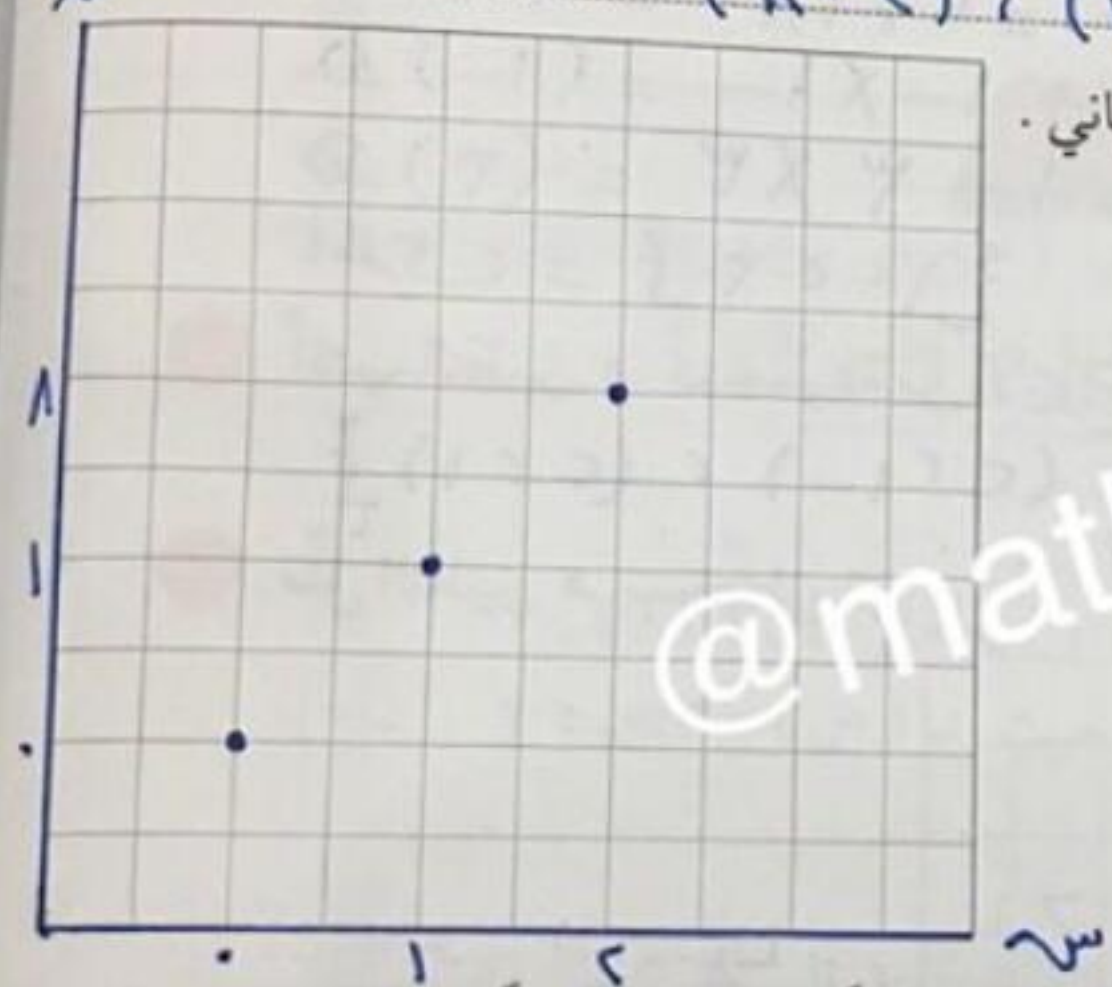
د(٢) = (٢)^{٣} = ٨

المدى = {٠ ، ١ ، ٨}

ب أُكتب التطبيق د كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

{(٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٨)}

جـ مثِّل التطبيق د بمخطَّط بياني .



@math_for__life

د بيِّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

التطبيق شامل لان المدى = المجال المقابل

التطبيق متباين لان د(٠) ≠ د(١) ≠ د(٢)

التطبيق تقابل لانه شامل ومتباين

---

٤ إذا كانت س = {١ ، ٤ ، ٩} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ،
التطبيق ت : س ⟵ ص ، حيث ت(س) = $\sqrt{\text{س}}$

أ أوجِد مدى التطبيق ت .

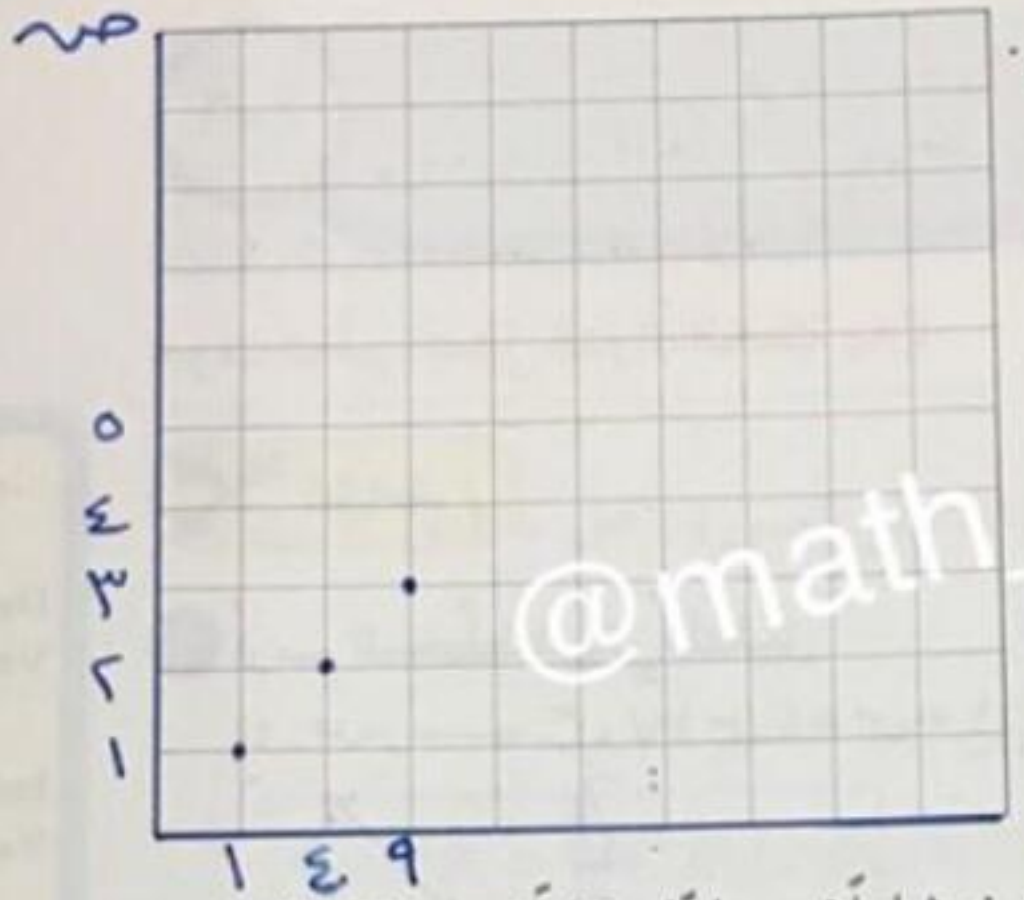
ت(س) = $\sqrt{\text{س}}$ ت(١) = $\sqrt{١}$ = ١

ت(٤) = $\sqrt{٤}$ = ٢

ت(٩) = $\sqrt{٩}$ = ٣

المدى = {١ ، ٢ ، ٣}

ب مثّل التطبيق ت بمخطّط بياني .



@math_for__life

جـ بيّن نوع التطبيق ت من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

التطبيق ليس شامل لان المدى ≠ المجال المقابل

التطبيق متباين لان ت (١) ≠ ت (٤) ≠ ت (٩)

التطبيق ليس تقابل لانه ليس شامل

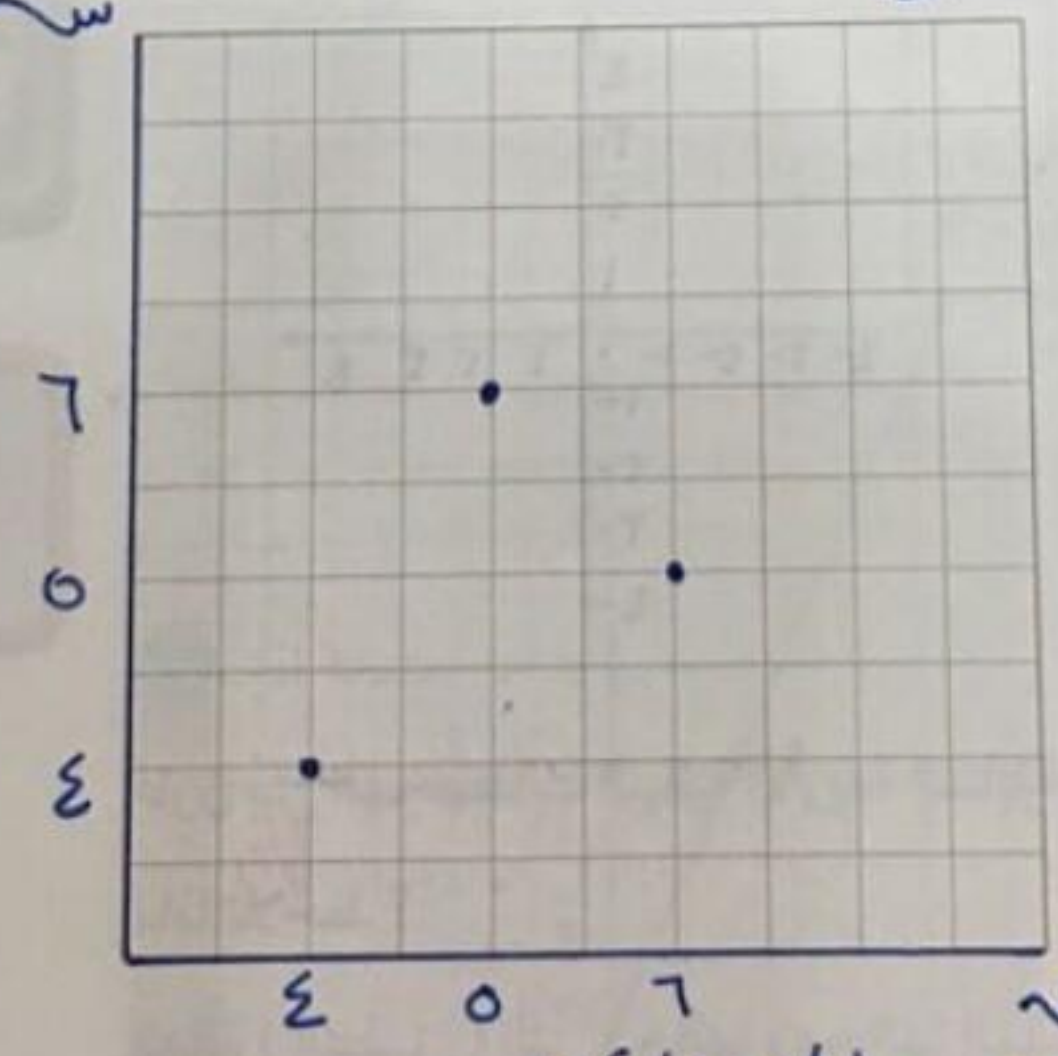
---

٥ إذا كانت س~ = {٤ ، ٥ ، ٦} ، التطبيق ك : س~ ⟵ س~ ،
حيث ك = {(٤ ، ٤) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٥)}

أ أوجِد مدى التطبيق ك .

المدى = {٤ ، ٥ ، ٦}

ب مثّل التطبيق ك بمخطّط بياني .



جـ بيّن أنّ التطبيق ك تطبيق تقابل .

التطبيق شامل لان س~ = المجال المقابل

التطبيق متباين لان ك (٤) ≠ ك (٥) ≠ ك (٦)

التطبيق تقابل لانه شامل ومتباين

الدالّة الخطيّة
Linear Function

٦-٤

سوف تتعلّم : تمثيل الدوالّ الخطيّة بيانيًّا .

العبارات والمفردات :

متغيّر تابع
Dependent Variable

متغيّر مستقل
Independent Variable

دالّة خطية
Linear Function

معلومات مفيدة :

تستخدم المطابع الدوال الخطية لتحديد تكاليف أعمال الطباعة الضخمة .

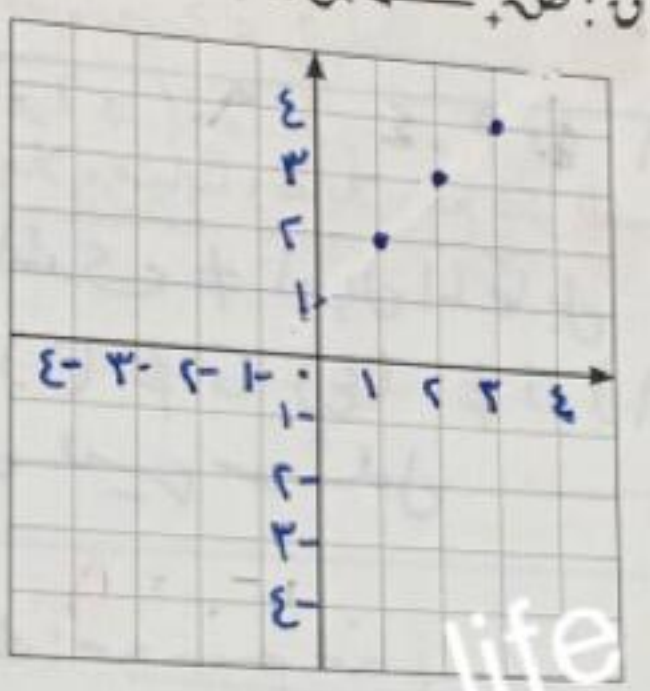
اللوازم :

- ورقة رسم بياني .
- مسطرة .

نشاط :

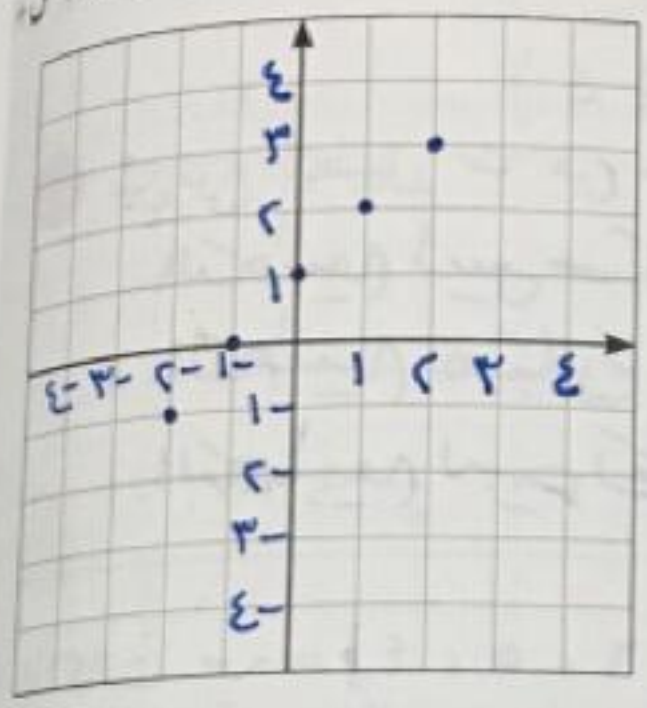
١ أُرسم المخطَّط البياني للتطبيق

ن : ص ⟵ ح ، ن (س) = س + ١



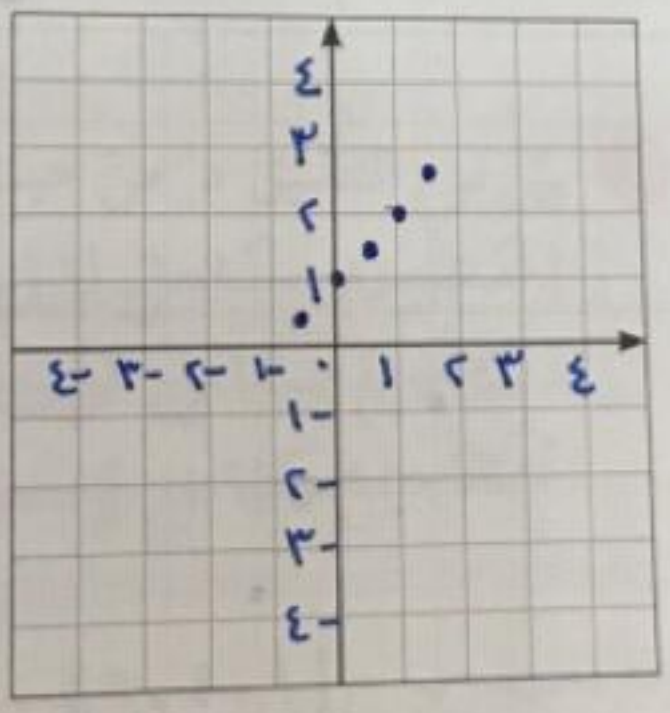
٢ أُرسم المخطَّط البياني للتطبيق

ن : ص ⟵ ح ، ن (س) = س



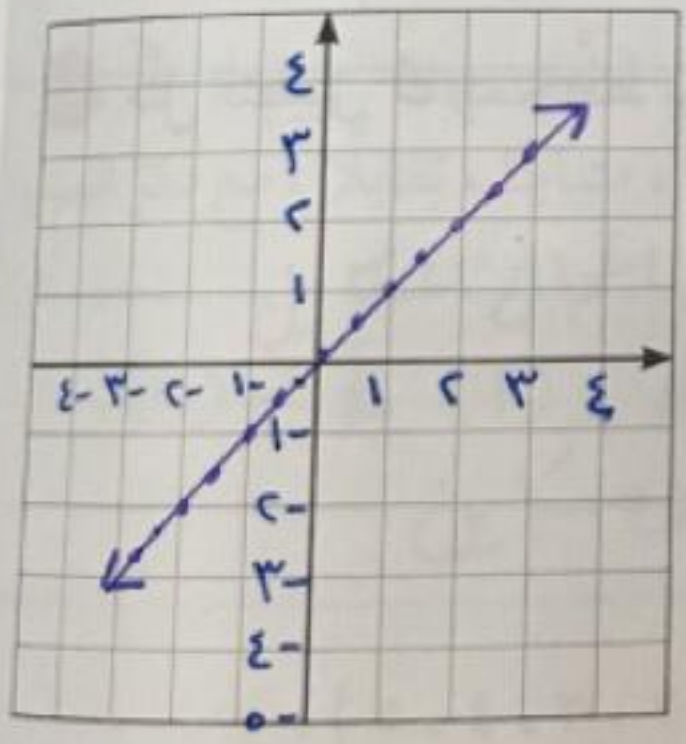
٣ أُرسم المخطَّط البياني للتطبيق

ن : ن ⟵ ح ، ن (س) = س + ١



٤ أُرسم المخطَّط البياني للتطبيق

ن : ح ⟵ ح ، ن (س) = س



قارِن بين المخطَّطات البيانية الأربعة السابقة .

ماذا تلاحظ ؟

الدالّة (التطبيق) التي مجالها ومجالها المقابِل مجموعتان جزئيتان من مجموعة الأعداد الحقيقية تُسمّى « دالّة حقيقيّة » .

@math_for_life

الدالّة الحقيقية د : ح ⟵ ح ، د(س) = أس + ب
حيث أ ، ب ∈ ح تُسمّى « دالّة خطّية » (تطبيق خطّي) .

لاحِظ أنّ :

١ د (س) = أس + ب
تُسمّى قاعدة الاقتران ويمكن كتابتها على الصورة : ص = أس + ب
ويكون بيانها خطًّا مستقيمًا .

٢ تُسمّى س المتغيّر المستقلّ وتُسمّى ص المتغيّر التابع .

٣ عندما يكون أ = ٠ تكون الدالّة ثابتة ويكون بيانها خطًّا مستقيمًا أفقيًّا (يوازي محور السينات) .

تدرّب (١) :

أكمِل الجدولين للدالّتين الخطّيتين التاليتين :

أ ص = س + ٣

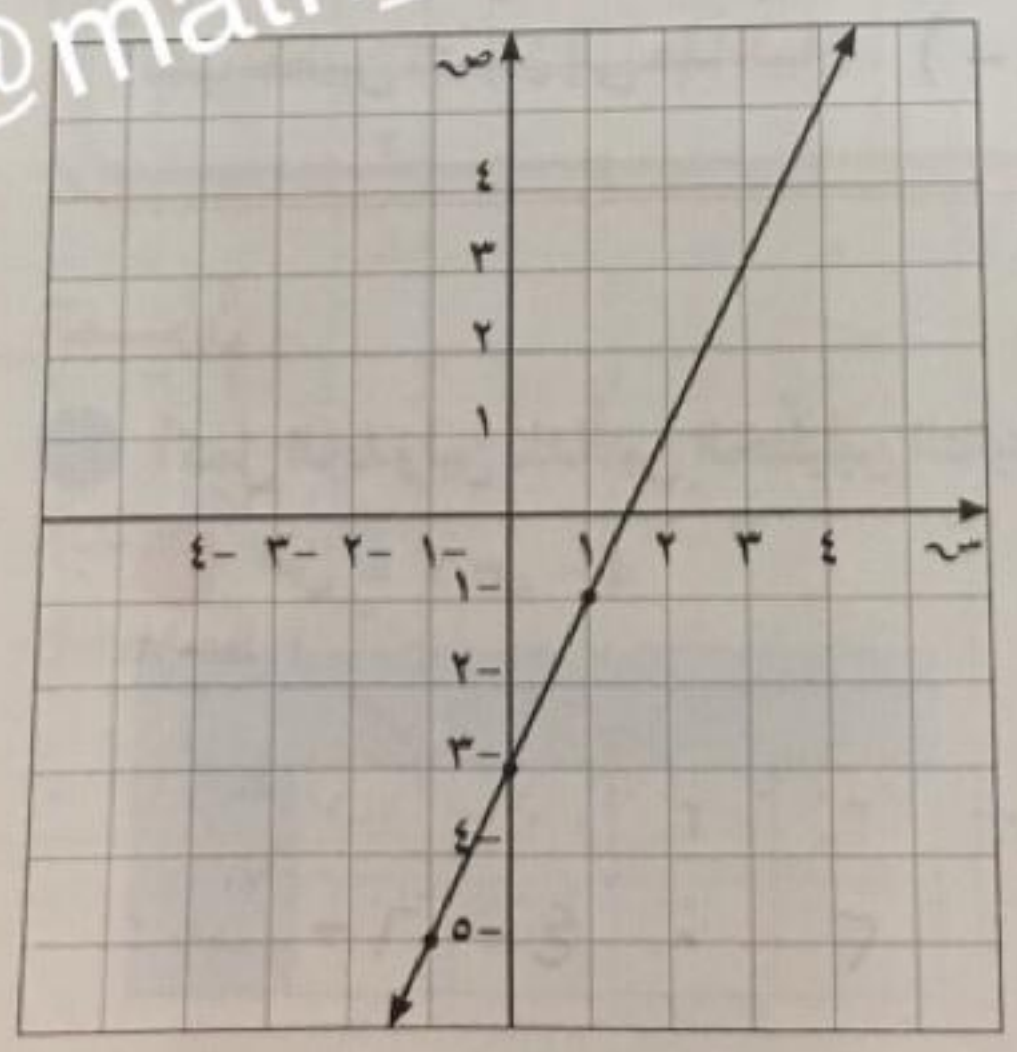
ص = س + ٣					
س (المتغيّر المستقلّ)	-١	٠	١	٢	٣
ص (المتغيّر التابع)	٢	٣	٤	٥	٦

ب ص = ٢س

ص = ٢ س					
س	-١	٠	١	٢	٣
ص	-٢	٠	٢	٤	٦

مثال :

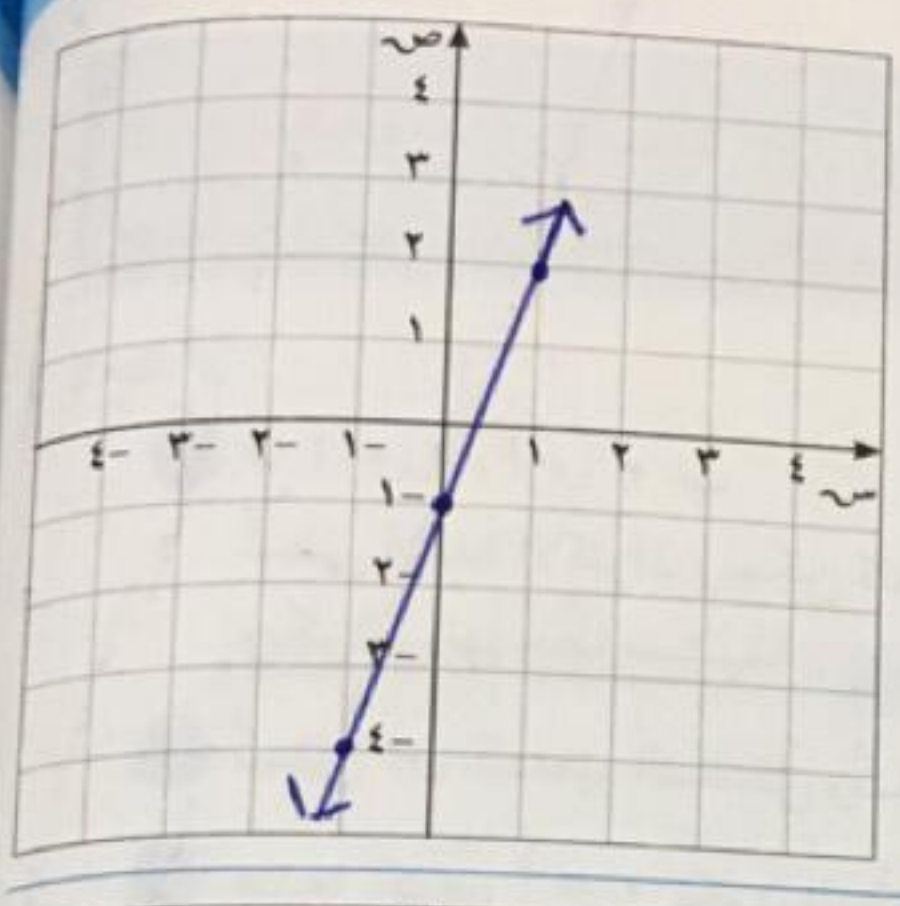
أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٢ س - ٣



الحلّ :

ص = ٢ س - ٣			
س	-١	٠	١
ص	-٥	-٣	-١

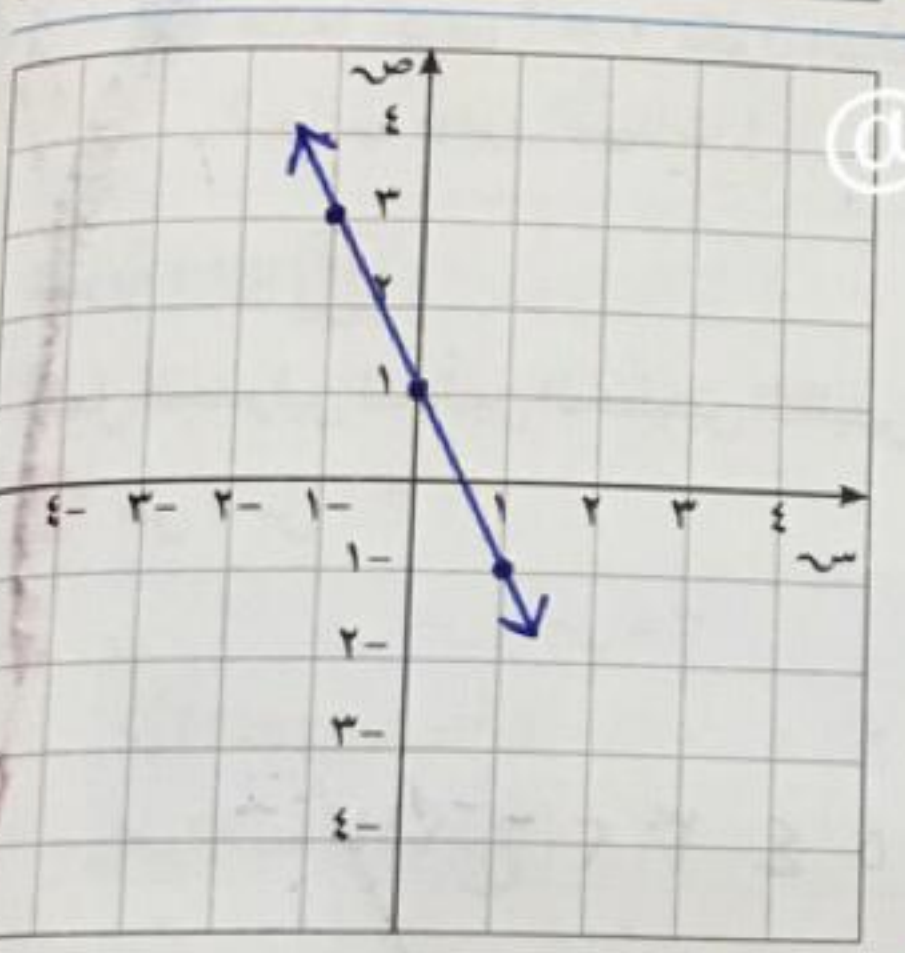
@math_for__life



تدرّب (٢) :

أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٣ س - ١

ص = ٣ س - ١			
س	-١	٠	١
ص	-٤	-١	٢



تدرّب (٣) :

أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ١ - ٢ س

ص = ١ - ٢ س			
س	-١	٠	١
ص	٣	١	-١

فكّر وناقِش

هل بيان الدالّة ص = ٥ يوازي محور السينات ؟ نعم

أُكتب نقطتين تنتميان إلى هذا البيان . (-١ ، ٥) ، (٠ ، ٥)

تمـــرَّنْ :

١ أكمِل الجدولين للدالّتين الخطّيتين التاليتين :

أ ص = ٢ س - ٤

ص = ٢ س - ٤				
س	-١	٠	٢	٣
ص	-٦	-٤	٠	٢

ب ص = - س + ٢

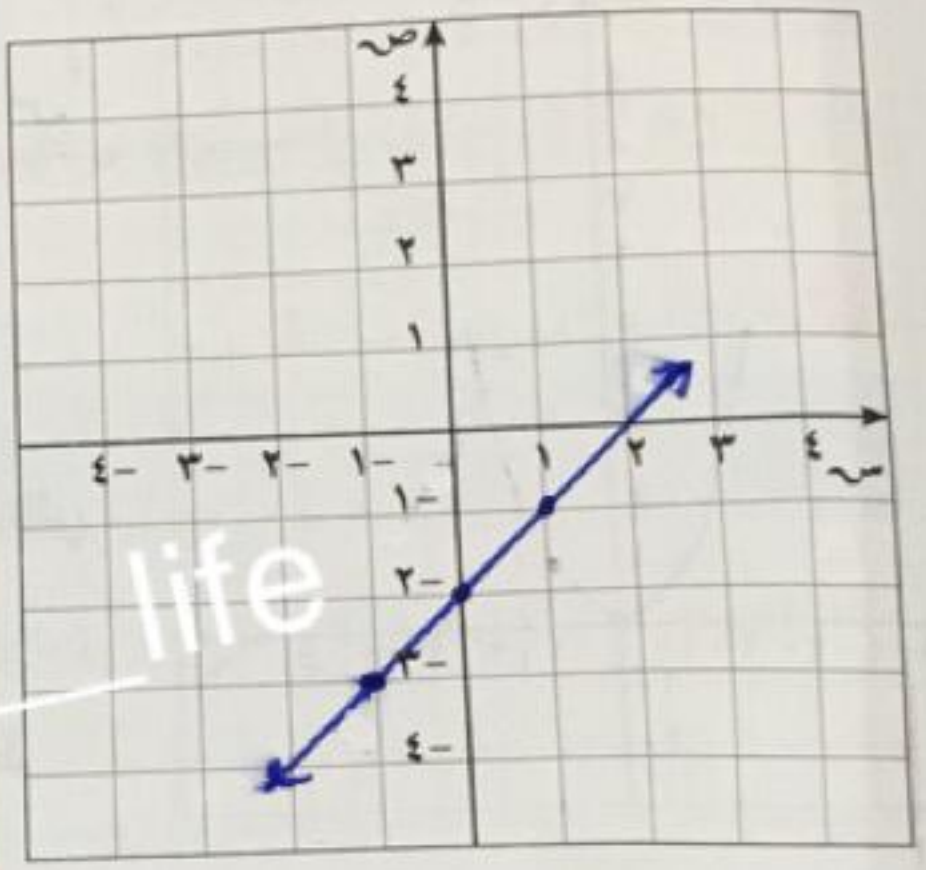
ص = - س + ٢				
س	١	٠	-١	-٢
ص	١	٢	٣	٤

@math_for__life

٢ أُرسم بيانيًّا كلًّا من الدوالّ الخطّية التالية :

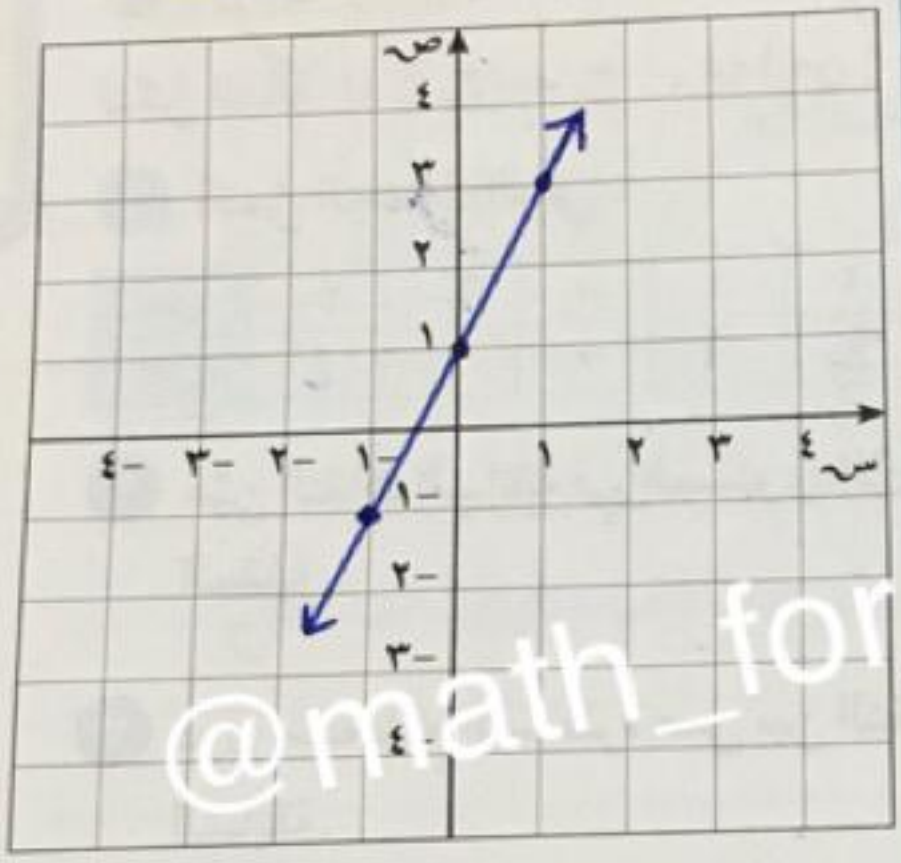
أ ص = س − ٢

ص = س − ٢			
س	−١	٠	١
ص	−٣	−٢	−١



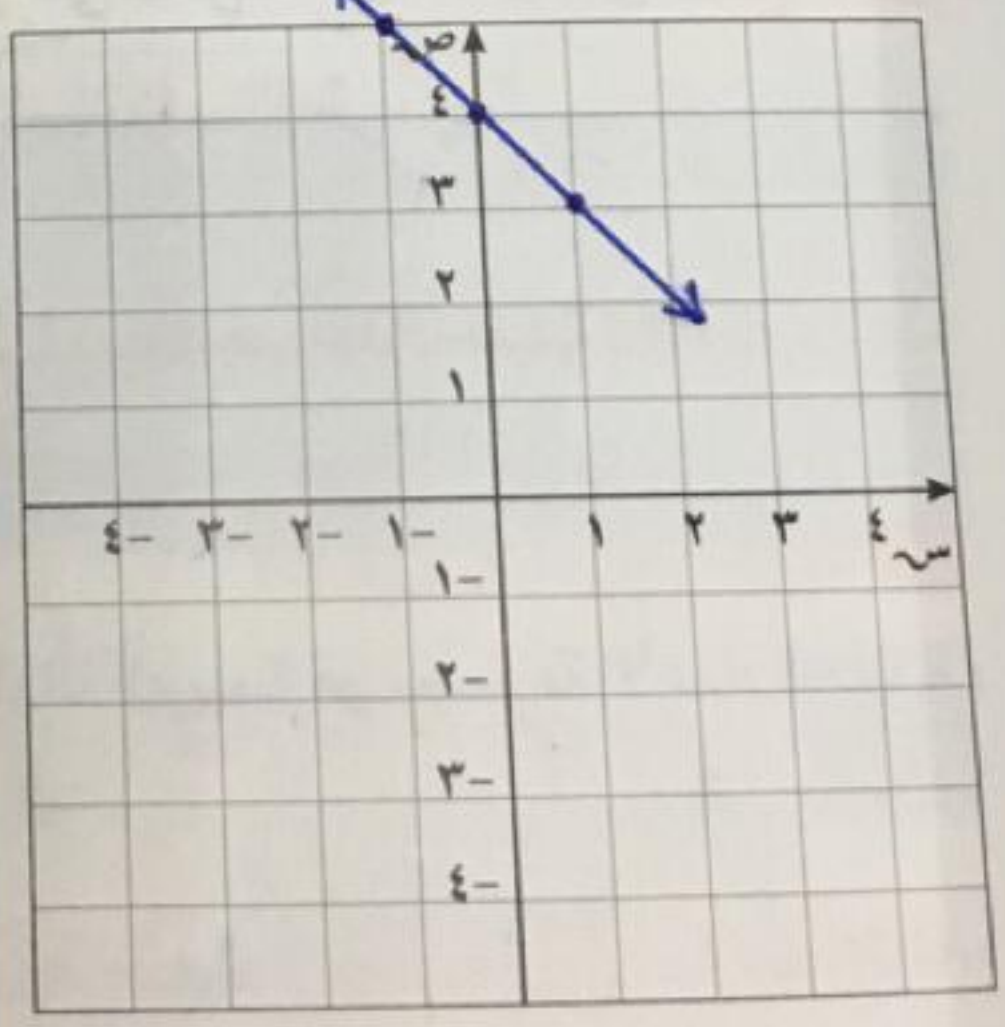
ب ص = ٢ س + ١

ص = ٢ س + ١			
س	−١	٠	١
ص	−١	١	٣



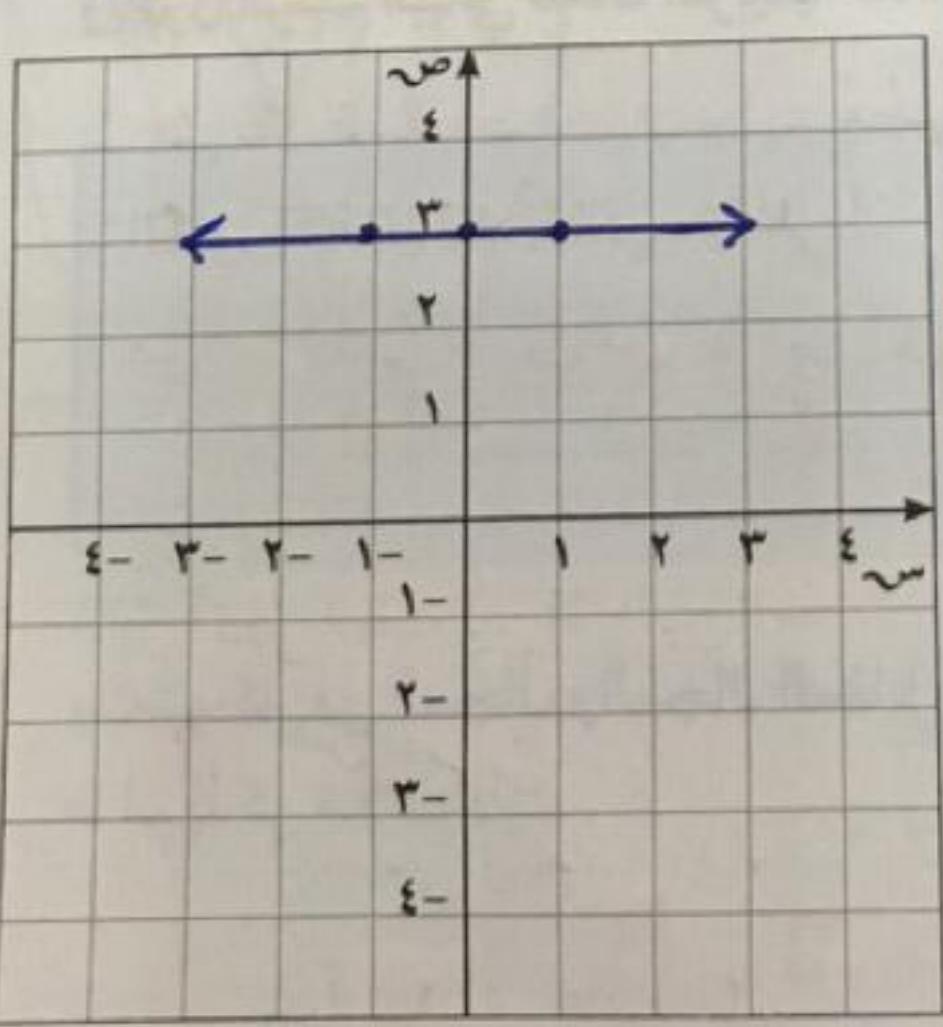
جـ ص = ٤ − س

ص = ٤ − س			
س	−١	٠	١
ص	٥	٤	٣



د ص = ٣

ص = ٣			
س	−١	٠	١
ص	٣	٣	٣



@math_for_life

٦-٥ الدالّة التربيعية
Quadratic Function

العبارات والمفردات :
دالّة تربيعية
Quadratic Function
قطع مكافئ
Parabola

سوف تتعلّم : الدوالّ التربيعية وتمثيلها بيانيًّا .

نشاط :

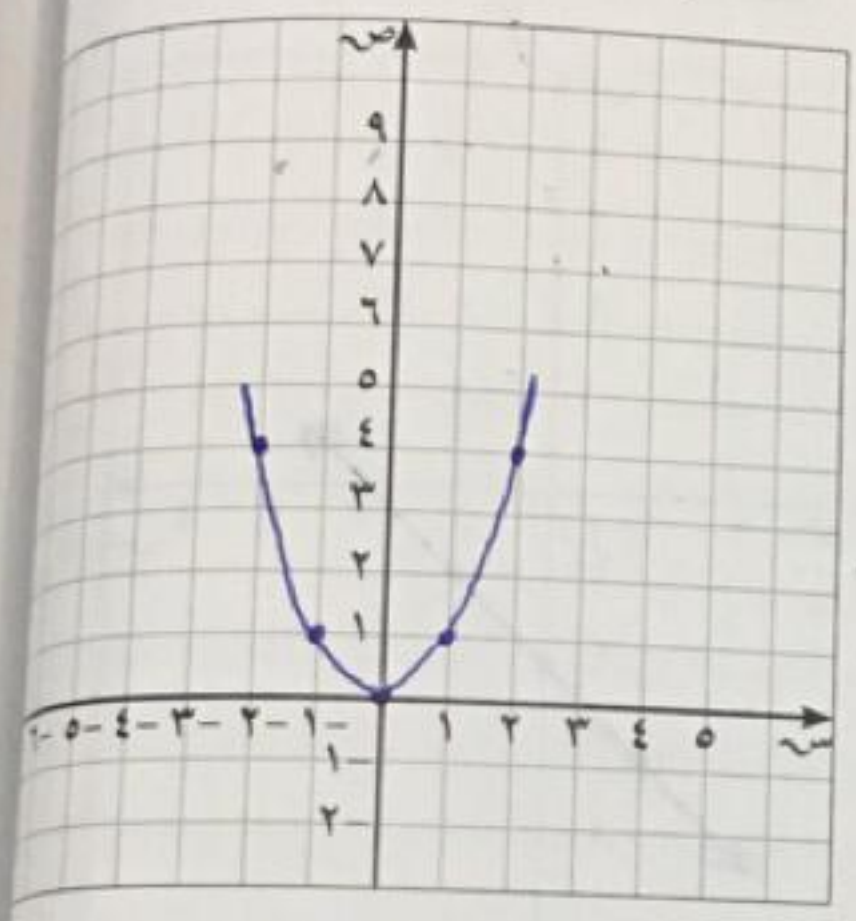
لتكن الدالّة ن : ح ← ح ، ن(س) = س^{٢}

١ أكمِل الجدول التالي :

س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٤	١	٠	١	٤

٢ عيِّن النقاط السابقة في المستوى الإحداثي المقابِل.

٣ دون استخدام المسطرة صل بين النقاط السابقة.



الدالّة الحقيقية التي فيها القوّة الأعلى للمتغيّر المستقلّ تساوي ٢ تُسمّى « دالّة تربيعية » .
ويكون الرسم البياني للدالّة التربيعية منحنى على شكل ∨ أو ∧ ويُسمّى « قطع مكافئ » .

الصورة العامّة للدالّة التربيعية هي :

ص = أ س^{٢} + ب س + جـ حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠ .

أ س^{٢} : حدّ من الدرجة الثانية
ب س : حدّ من الدرجة الأولى
جـ : حدّ ثابت

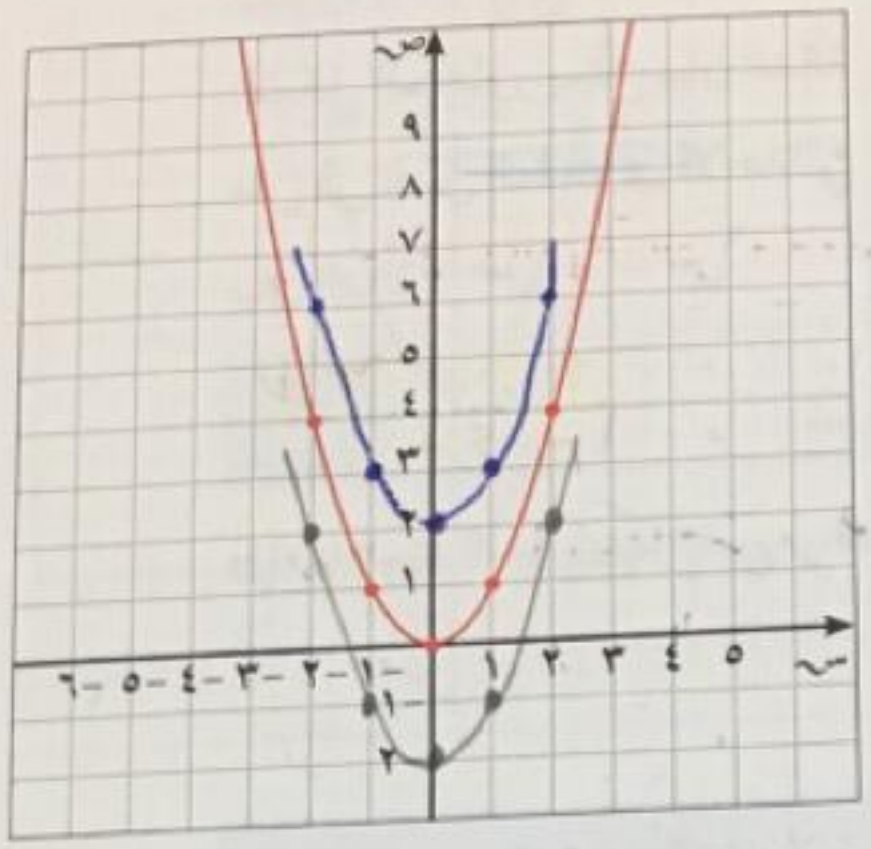
سنعتبر كلّ من المجال والمجال المقابِل للدالّة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية ، ما لم يُذكر خلاف ذلك .

@math_for_life

تدرّب (١) :

الشكل المجاوِر يمثّل بيان الدالّة : ص = س^{٢}

مثّل في نفس المستوى الاحداثي بيان كلّ ممّا يلي:



أ) الدالّة : ص = س^{٢} + ٢

س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٦	٣	٢	٣	٦

ماذا تلاحظ ؟ إزاحة رأسية وحيدان إلى أعلى

ب) الدالّة : ص = س^{٢} - ٢

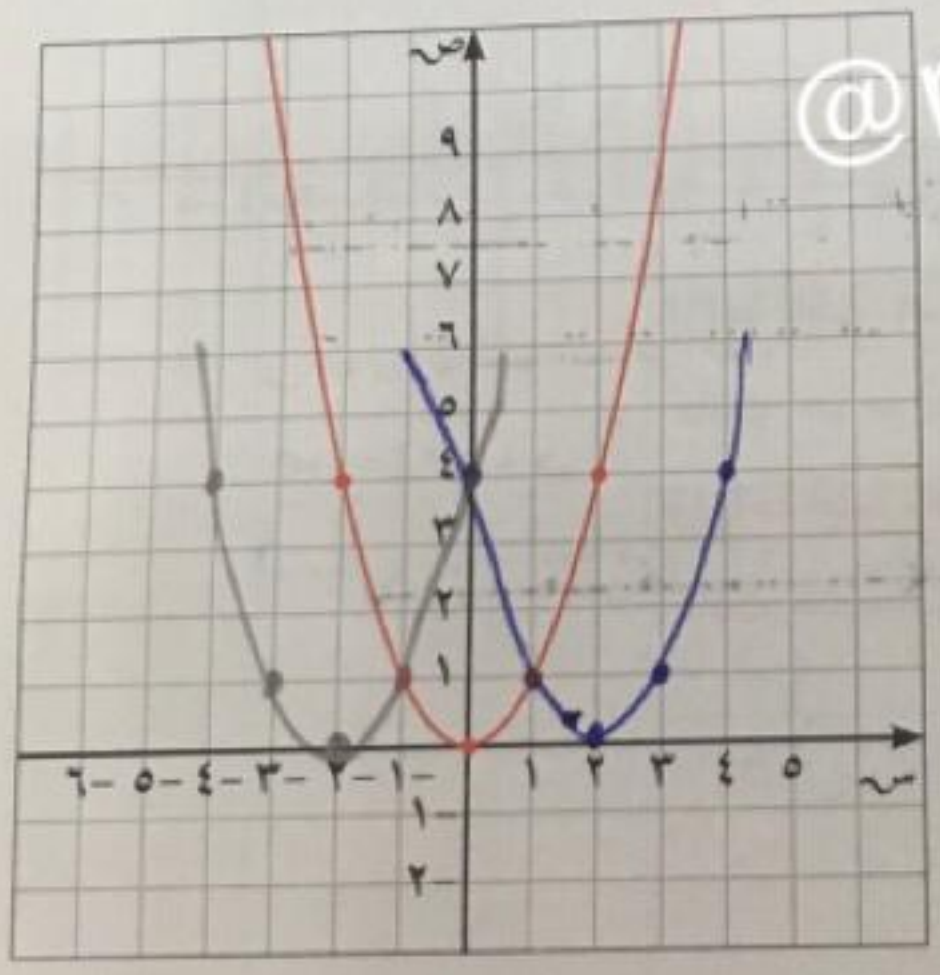
س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٢	-١	-٢	-١	٢

ماذا تلاحظ ؟ إزاحة رأسية وحيدان إلى أسفل

تدرّب (٢) :

الشكل المجاوِر يمثّل بيان الدالّة : ص = س^{٢}

مثّل في نفس المستوى الاحداثي بيان كلّ ممّا يلي:



أ) الدالّة : ص = (س - ٢)^{٢}

س	٤	٣	٢	١	٠
ص	٤	١	٠	١	٤

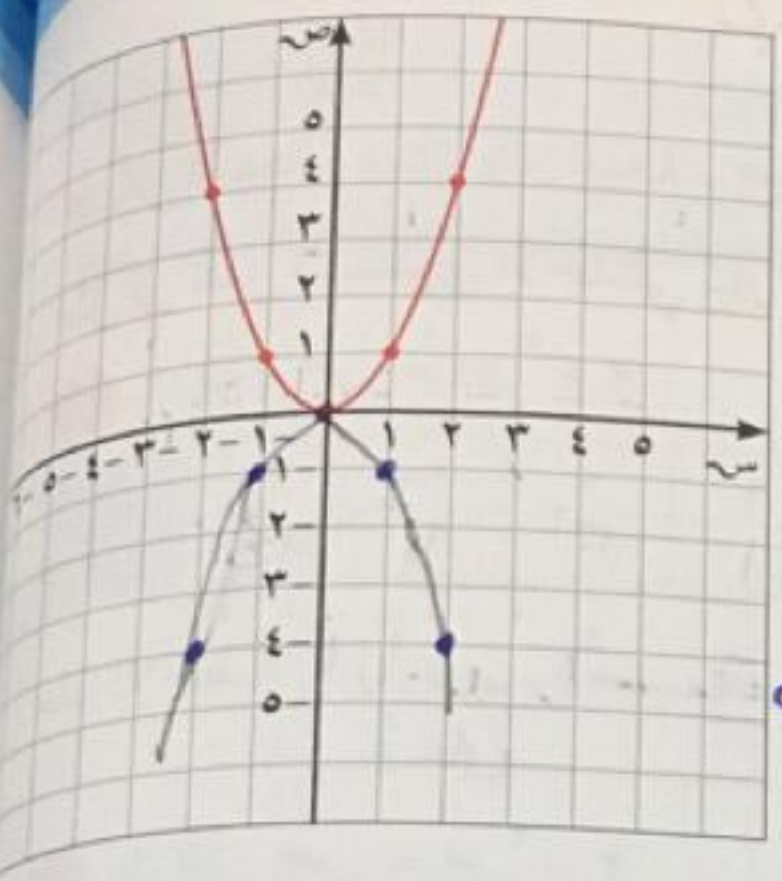
ماذا تلاحظ ؟ إزاحة أفقية وحيدانه إلى اليمين

ب) الدالّة : ص = (س + ٢)^{٢}

س	٠	-١	-٢	-٣	-٤
ص	٤	١	٠	١	٤

ماذا تلاحظ ؟ إزاحة أفقية وحيدانه إلى اليسار

@math_for_life



تدرّب (٣) :

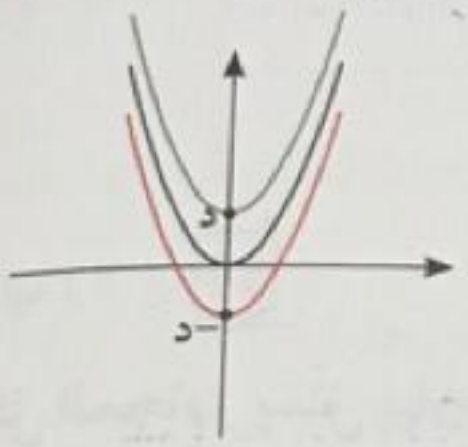
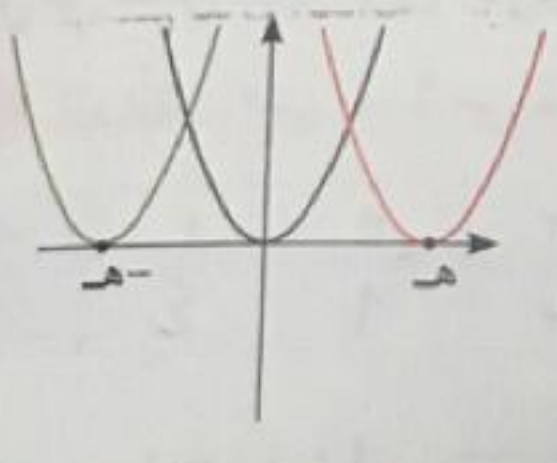
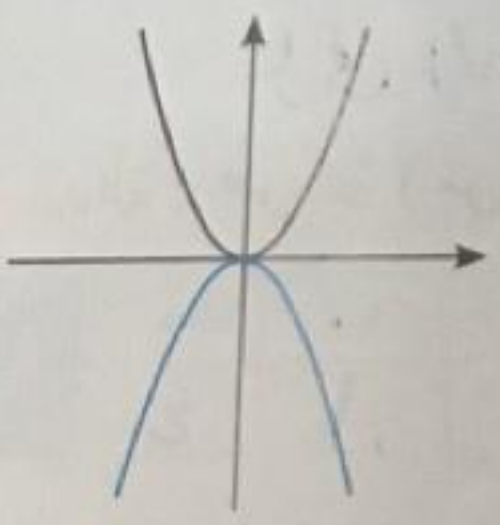
الشكل المجاوِر يمثّل بيان الدالّة : ص = س^{٢}

مثِّل في نفس المستوى الاحداثي

بيان الدالّة : ص = − س^{٢}

ص	٢	١	٠	-١	-٢
س	-٤	-١	٠	-١	-٤

ماذا تلاحظ ؟ انعكاس في محور السينات

الدالّة التربيعية	التحويلات الهندسية المطبَّقة على التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}	التمثيل البياني
ص = س^{٢} + د	إزاحة رأسية	وحدة إلى الأعلى إذا كانت د موجَبة ، وإزاحة رأسية | د | وحدة إلى الأسفل إذا كانت د سالبة .	
ص = (س + هـ)^{٢}	إزاحة أفقية	هـ وحدة إلى اليسار إذا كانت هـ موجَبة ، وإزاحة أفقية | هـ | وحدة إلى اليمين إذا كانت هـ سالبة .	
ص = − س^{٢}	اِنعكاس في محور السينات .	

@math_for_life

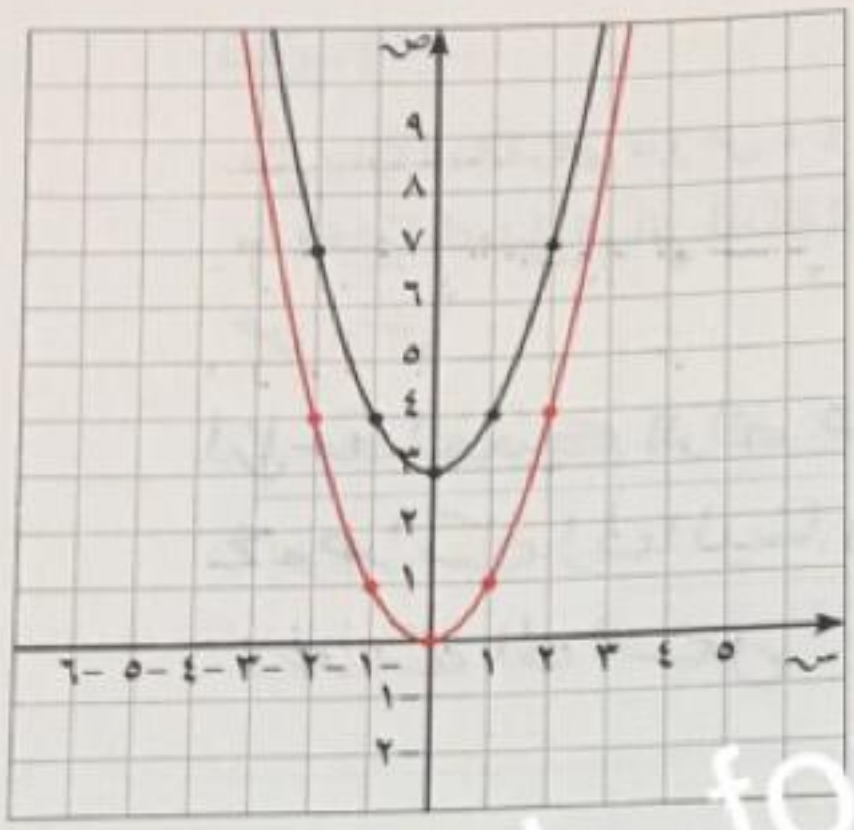
مثال (١) :

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = س^{٢} + ٣ مستخدمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}

الحلّ :

- نرسم بيان الدالّة : ص = س^{٢}
- بيان الدالّة ص = س^{٢} + ٣

هو إزاحة رأسية لبيان الدالّة : ص = س^{٢} ٣ وحدات إلى الأعلى وتُمثَّل كما في الشكل .



تدرّب (٤) :

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = (س - ١)^{٢} مستخدمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} .

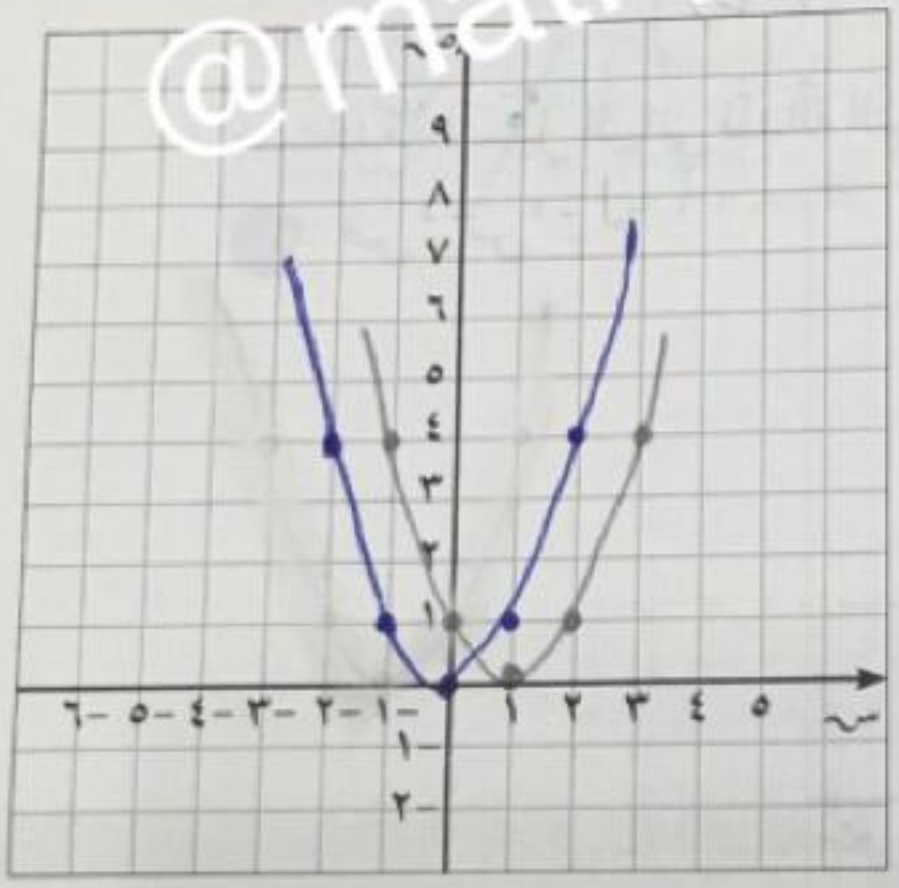
أ) أُرسم بيان الدالّة : ص = س^{٢}

ب) بيان الدالّة ص = (س - ١)^{٢}

هو إزاحة افقية لبيان الدالّة : ص = س^{٢}

وحدة إلى اليمين

جـ) أُرسم بيان الدالّة ص = (س - ١)^{٢}



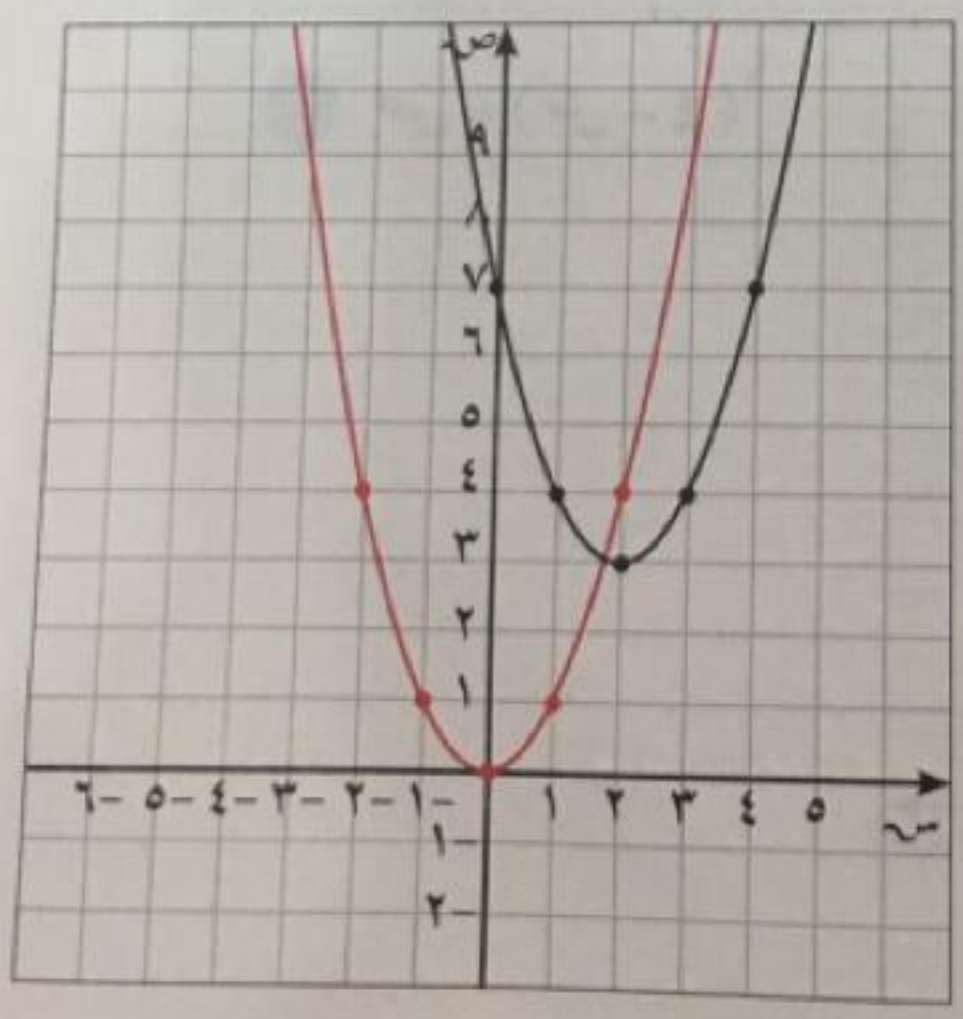
مثال (٢) :

مثِّل بيانيًّا الدالّة ص = (س - ٢)^{٢} + ٣ مستخدمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}

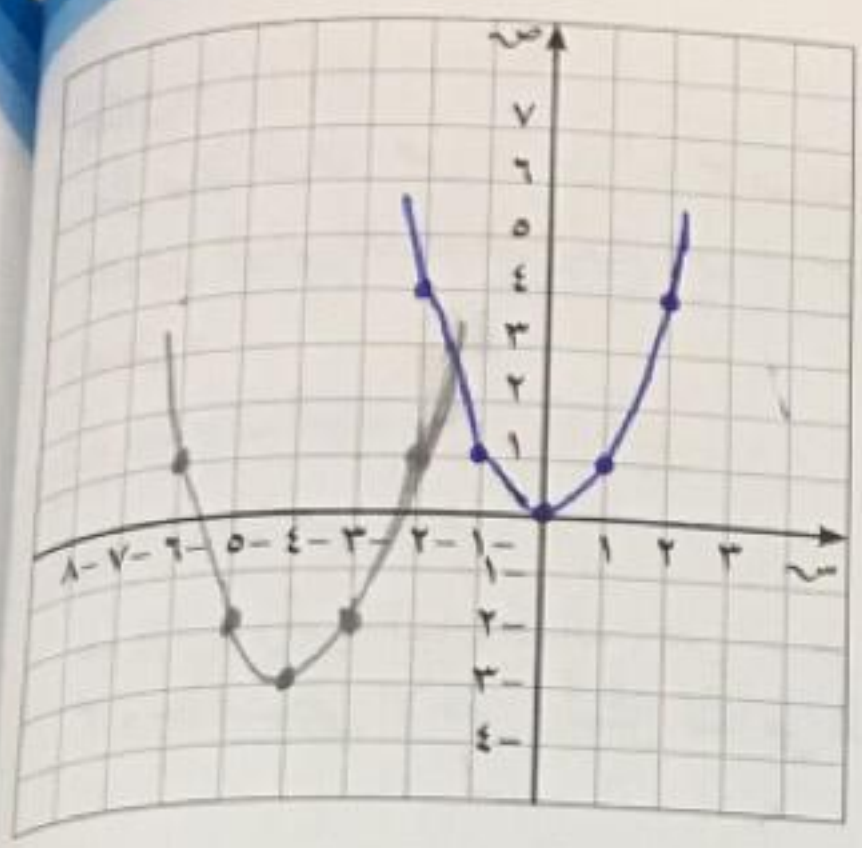
الحلّ :

- نرسم بيان الدالّة : ص = س^{٢}
- بيان الدالّة ص = (س - ٢)^{٢} + ٣

هو إزاحة أفقية لبيان الدالّة : ص = س^{٢} وحدتان إلى اليمين ، وإزاحة رأسية ٣ وحدات إلى الأعلى .



@math_for_life



تدرّب (٥) :

مثّل بيانيًّا الدالّة ص = (س + ٤)^{٢} − ٣

مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية

ص = س^{٢}

ازاحة افقية للداله ص = س^{٢}

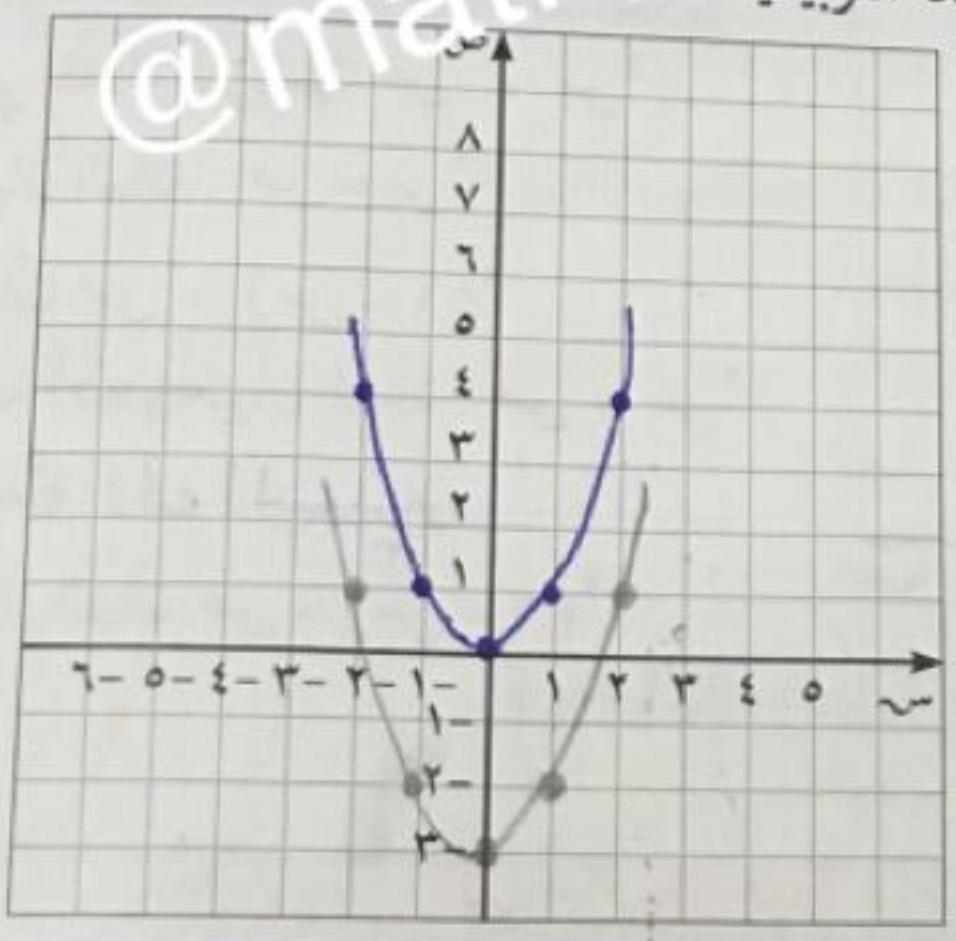
٤ وحدات الى اليسار و ٣

وحدات الى اسفل

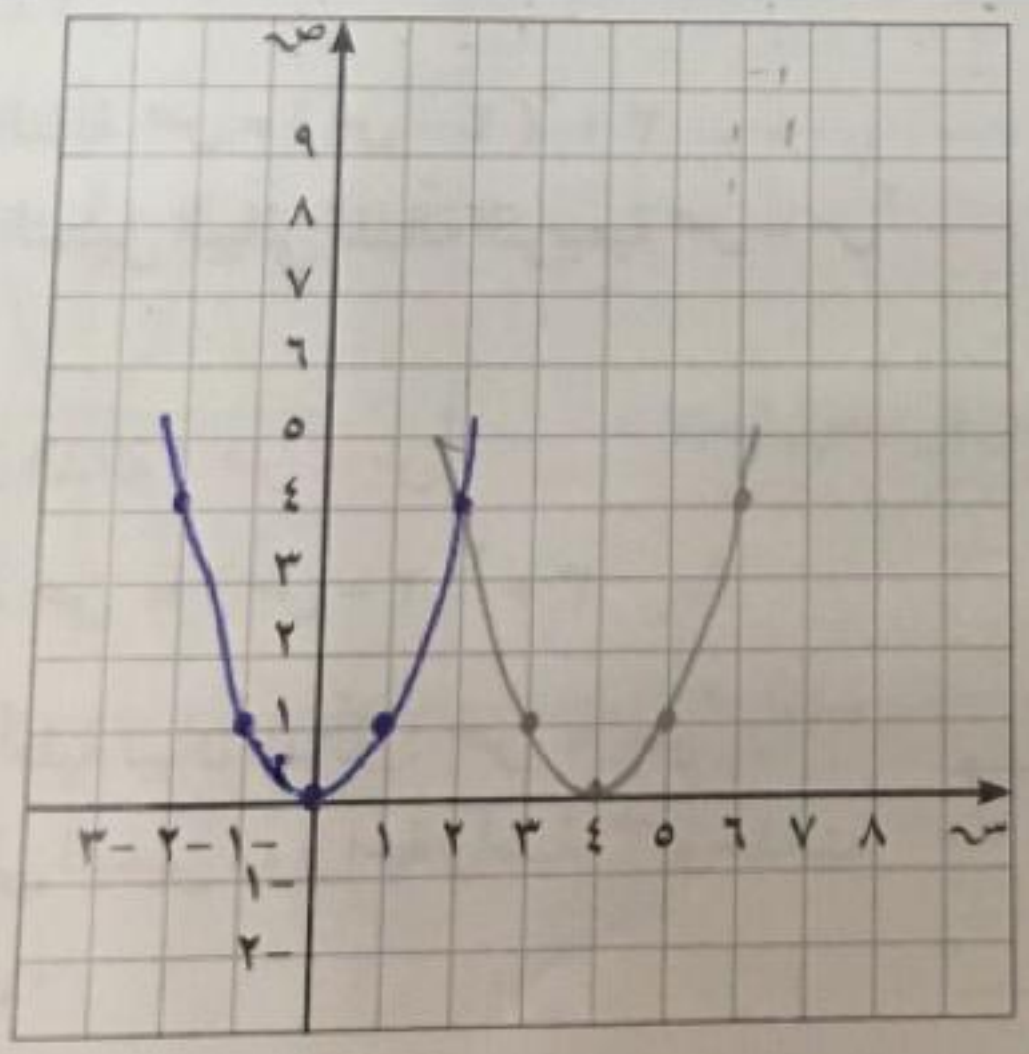
@math for life

تمـــرَّنْ :

مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢} − ٣، مثّل بيانيًّا كلًّا من الدوالّ التالية :

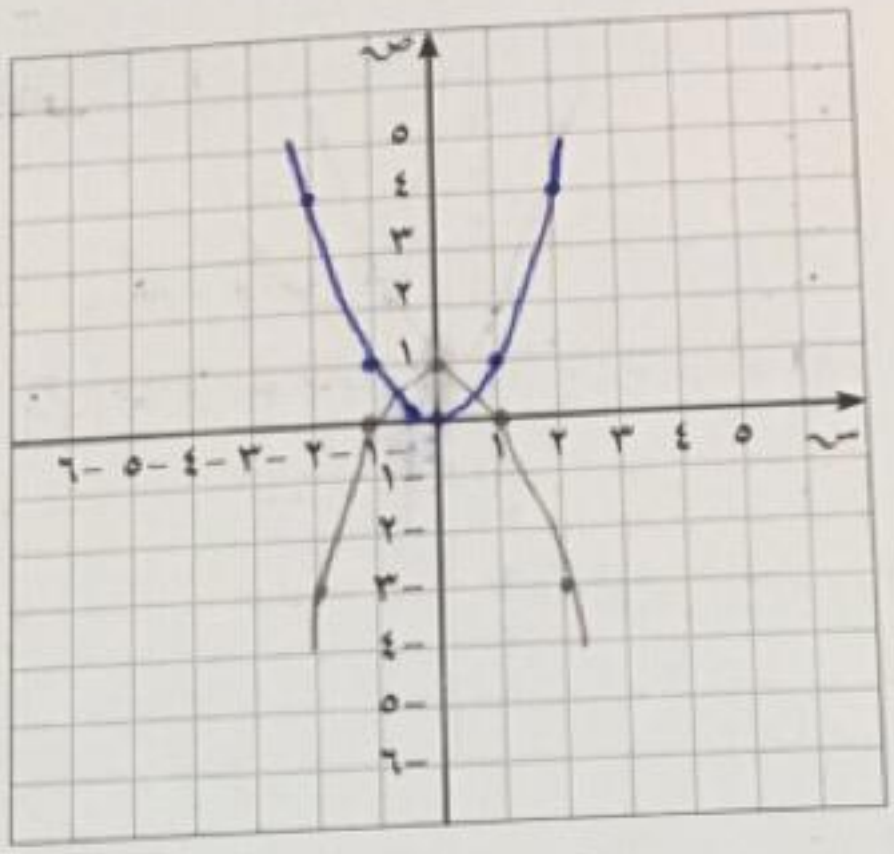


١ ص = س^{٢} − ٣



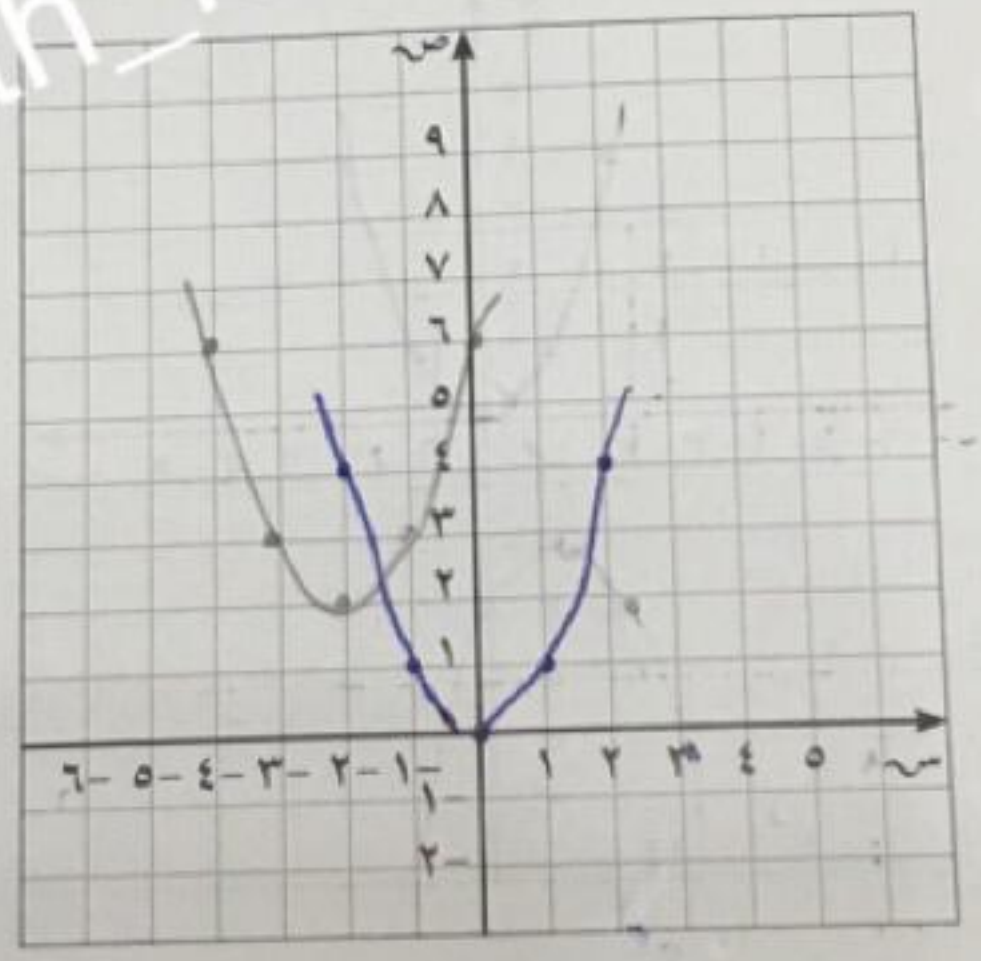
٢ ص = (س − ٤)^{٢}

٣ ص = − س^{٢} + ١

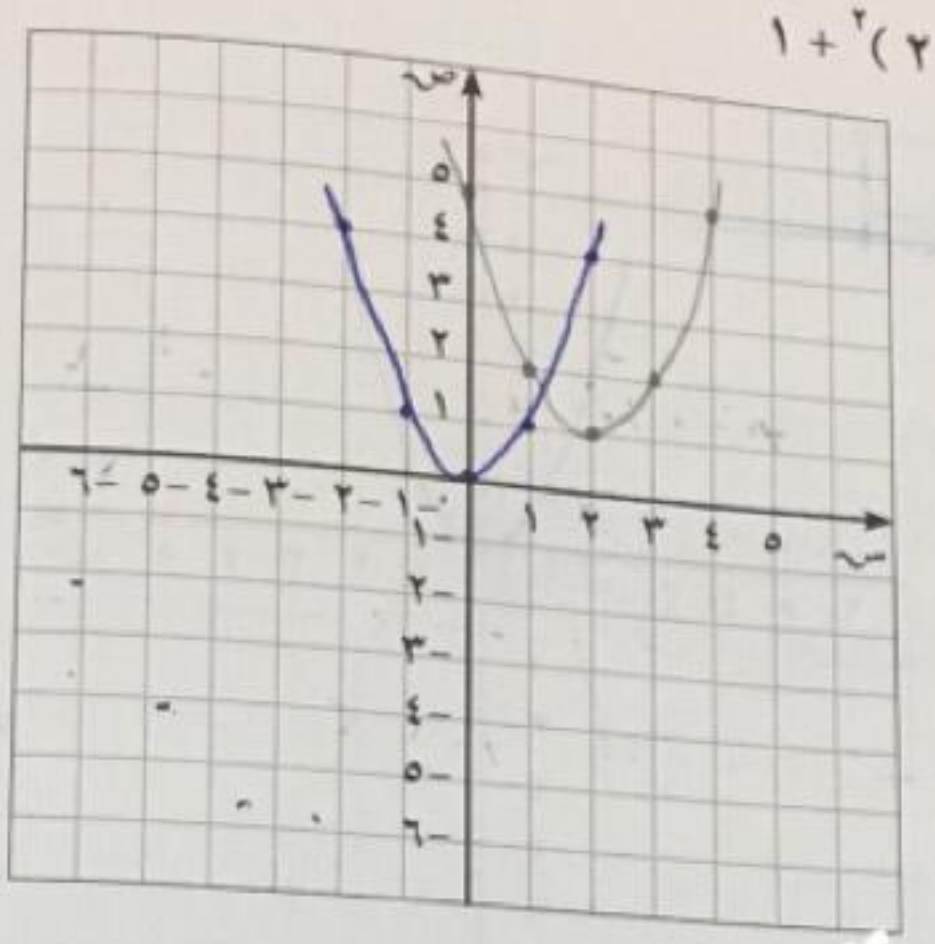


@math_for__life

٤ ص = (س + ٢)^{٢} + ٢

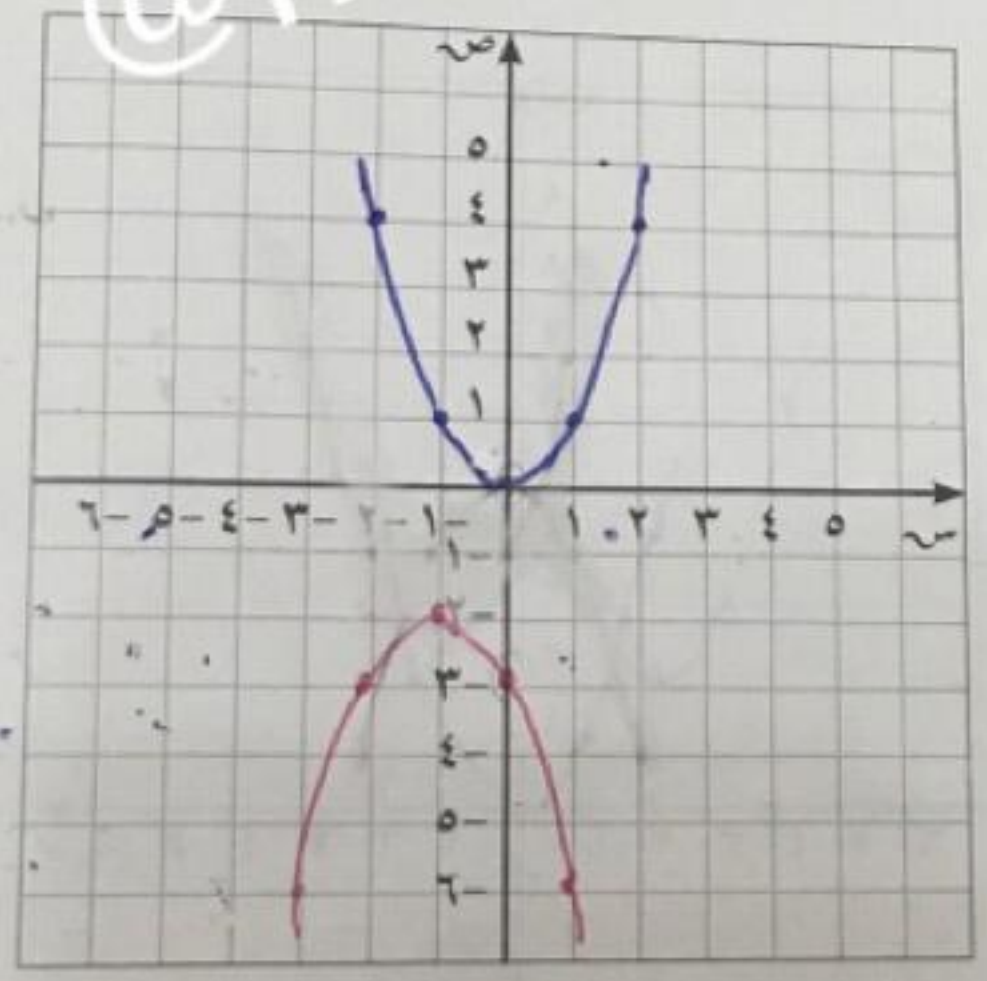


٥ ص = (س - ٢)^{٢} + ١



@math for life

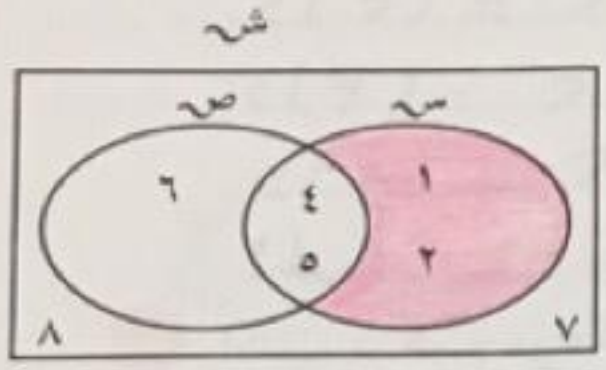
* ٦ ص = - (س + ١)^{٢} - ٢



٦-٦ مراجعة الوحدة السادسة
Revision Unit six

أوّلًا : التمارين المقالية

١ من شكل ڤن المقابِل ، أكمِل بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



أ) ش~ = {٧، ٨، ١، ٢، ٤، ٥، ٦}

ب) س~ = {١، ٢، ٤، ٥}

جـ) ص~ = {٤، ٥، ٦}

د) س~ - ص~ = {١، ٢}

هـ) ص~ - س~ = {٦}

و) $\overline{س~}$ = {٧، ٦، ٨}

ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل (س~ - ص~) .

---

٢ لتكن المجموعة الشاملة ش~ = مجموعة الأعداد الكلّية الأصغر من ٥ ،
س~ = { ا : ا عدد صحيح موجَب ، ا ≤ ٤ } ، ع = {٢، ٤} .

أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

أ) ش~ = {٠، ١، ٢، ٣، ٤}

ب) س~ = {١، ٢، ٣، ٤}

جـ) $\overline{س~}$ = {٠}

د) $\overline{ع}$ = {٠، ١، ٣}

هـ) س~ - ع = {١، ٣}

و) ($\overline{س~}$ ∩ $\overline{ع}$) = {٠}

ز) ($\overline{س~}$ ∩ ع) = {٠، ١، ٣}

ح) $\overline{\overline{س~}}$ = {١، ٢، ٣، ٤}

@math_for_life

٣ إذا كان التطبيق د : س ⟵ ص ، حيث س = { ٢ ، ٣ ، ٥ } ،
ص = { ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ } ، د (س) = ٢س + ١

أ أوجِد مدى التطبيق د .

د (س) = ٢ س + ١

د (٢) = ٢ × ٢ + ١ = ٥

د (٣) = ٢ × ٣ + ١ = ٧

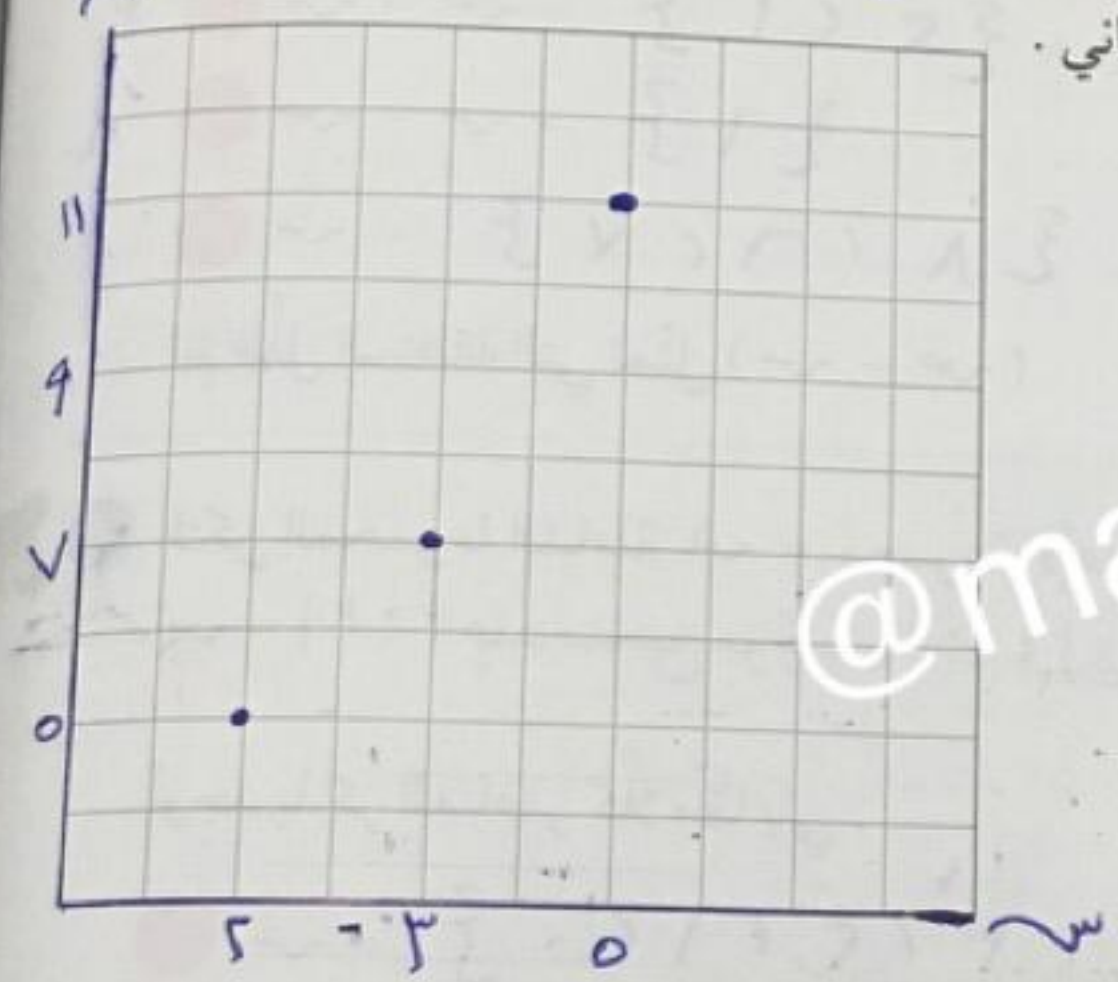
د (٥) = ٢ × ٥ + ١ = ١١

المدى = { ٥ ، ٧ ، ١١ }

ب أُكتب د كمجموعة من الأزواج المرتَّبة .

{ (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٥ ، ١١) }

جـ مثِّل التطبيق د بمخطَّط سهمي وآخر بياني .



@math_for__life

د بيِّن نوع التطبيق د من حيث كونه شاملًا ، متباينًا ، تقابلًا ، مع ذكر السبب .

التطبيق ليس شامل لأن المدى لا يساوي المجال المقابل

التطبيق متباين لأن د (٢) ≠ د (٣) ≠ د (٥)

التطبيق ليس تقابل لأنه ليس شامل

---

٤ التطبيق ن : س ⟵ ع ، حيث س = { ا : ا ∈ ص ، -١ ≤ ا ≤ ١ } ،

(ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة)

ع = { ب : ب ∈ مجموعة الأعداد الكلّية ، ب ≥ ٢ } ، ن (س) = س^{٢}

أ أُكتب كلًّا من س ، ع بذكر العناصر .

س = { -١ ، ٠ ، ١ }

ع = { ٠ ، ١ ، ٢ }

ب أوجِد مدى التطبيق ن .

م (س) = س²

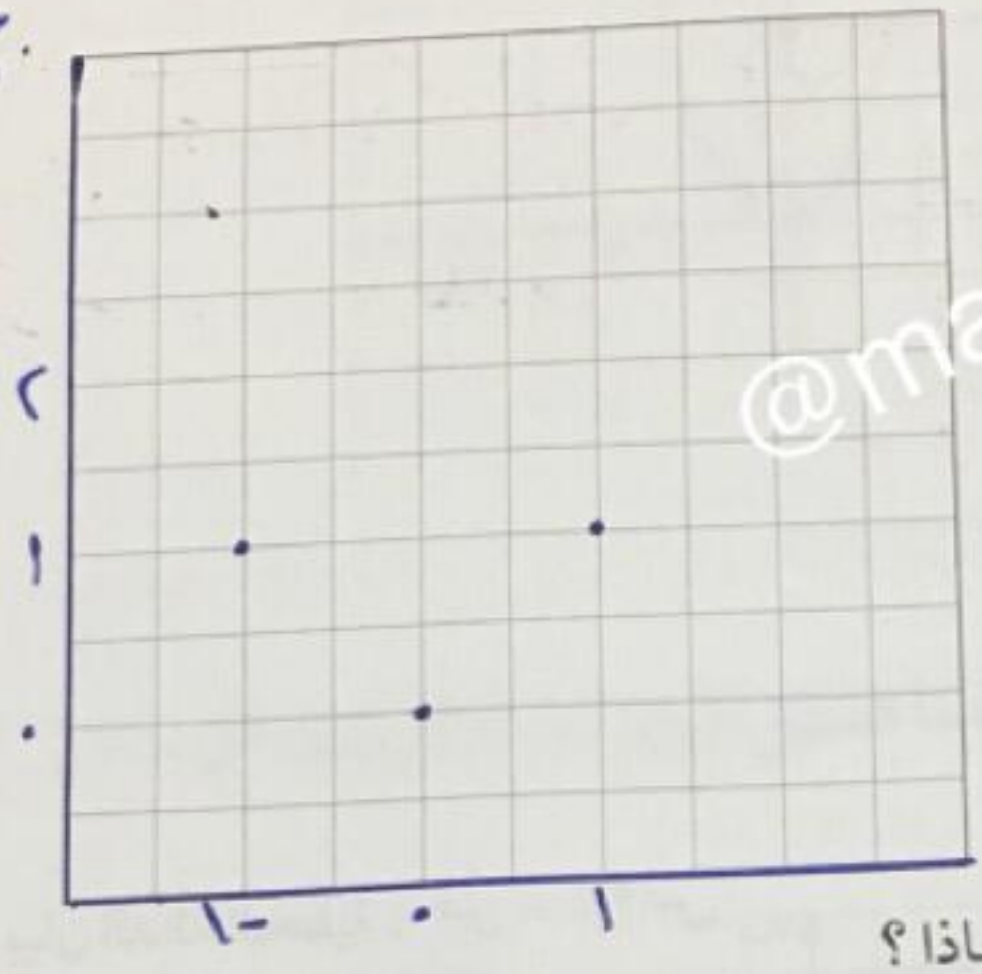
م (-١) = (-١)² = ١

م (٠) = (٠)² = ٠

م (١) = (١)² = ١

المدى = {٠ ، ١}

جـ مثِّل التطبيق ن بمخطَّط بياني .



د هل التطبيق ن تطبيق تقابل ؟ لماذا ؟

التطبيق ليس شامل لأن المدى ≠ المجال المقابل

التطبيق ليس متباين لأن م (-١) = م (١)

التطبيق ليس تقابل لأنه ليس شامل ولا متباين

---

٥ إذا كان التطبيق ن : س ← ص ، حيث س = {-١ ، ٠ ، ٢} ،

ص = {-١ ، ١ ، ٧} ، ن (س) = ٢ س² - ١ ، فبيِّن أنّ ن تطبيق تقابل .

م (س) = ٢ س² - ١

م (-١) = ٢ × (-١)² - ١ = ١ م (٠) = ٢ × (٠)² - ١ = -١

م (٢) = ٢ × (٢)² - ١ = ٧

المدى = {١ ، -١ ، ٧}

التطبيق شامل لأن المدى = المجال المقابل

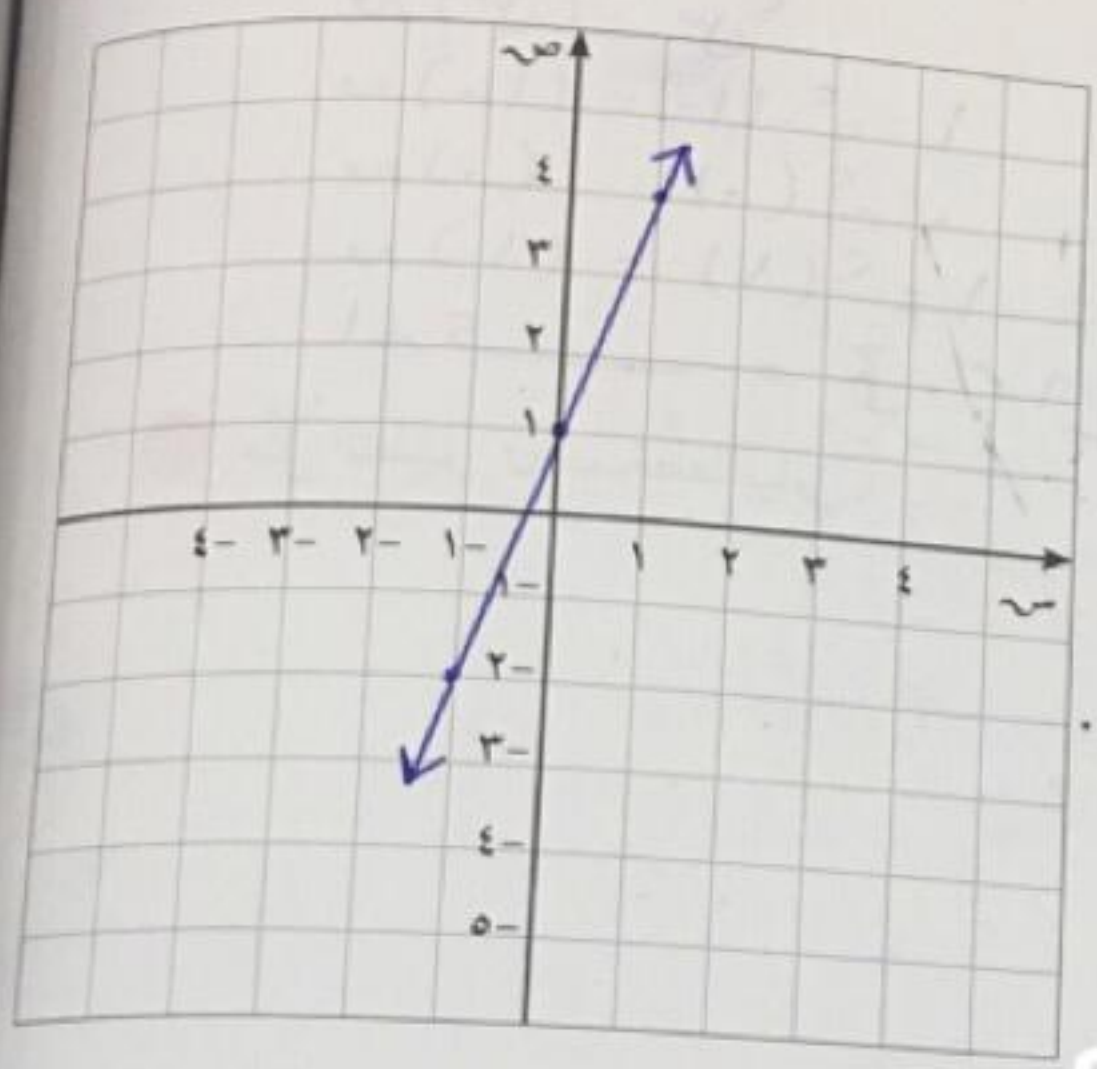
التطبيق متباين لأن م (-١) ≠ م (٠) ≠ م (٢)

التطبيق تقابل لأنه شامل ومتباين

@math_for__life

٦ أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = ٣ س + ١

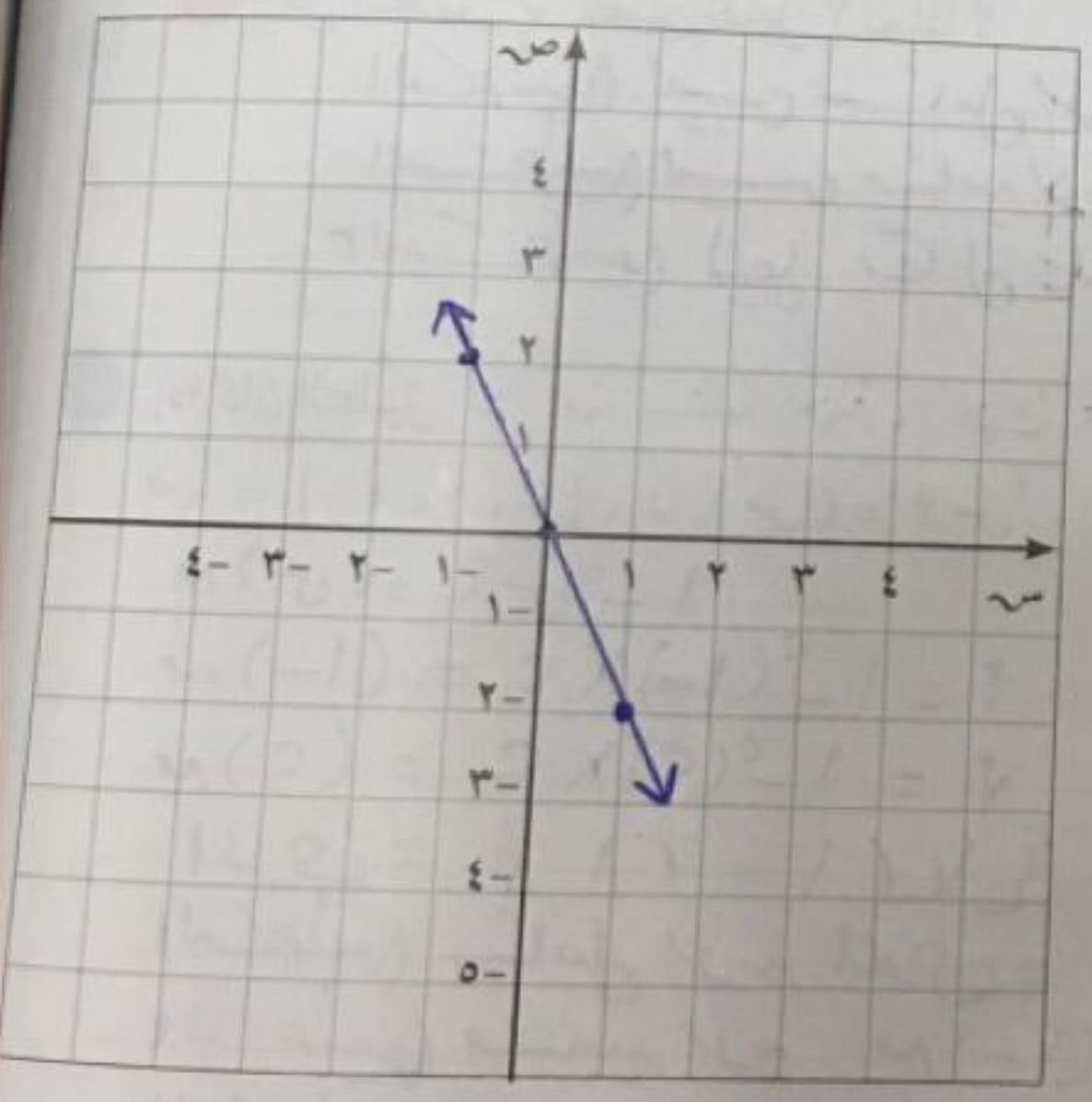
ص = ٣س + ١			
س	-١	٠	١
ص	-٢	١	٤



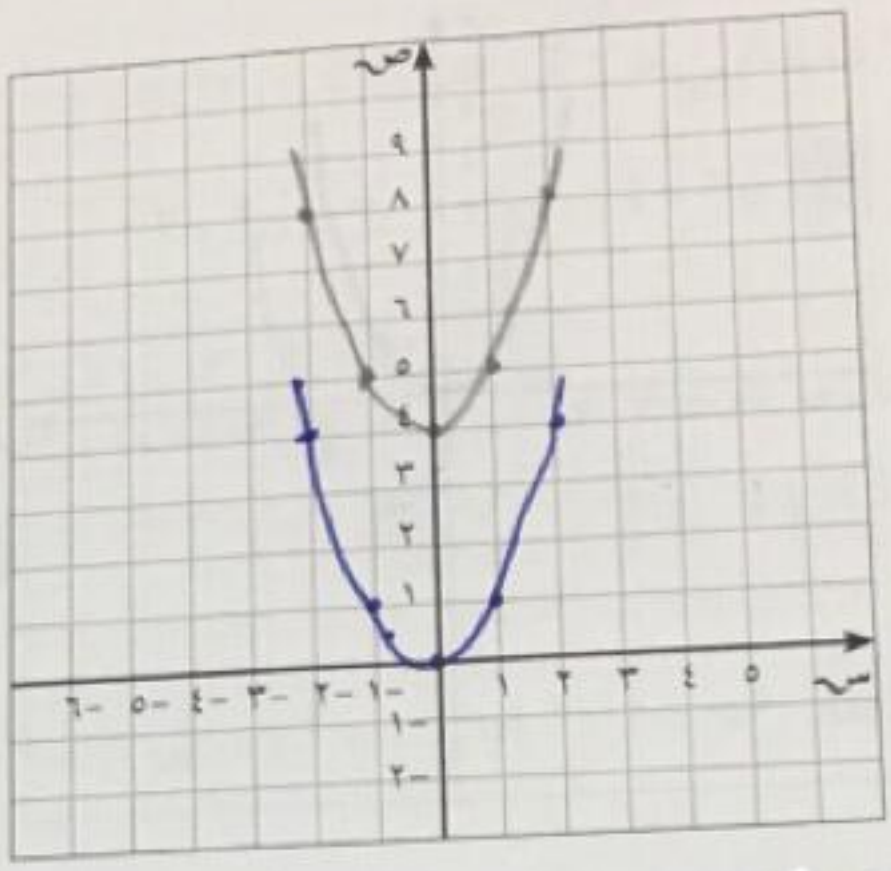
@math_for__life

٧ أُرسم بيان الدالّة الخطّية : ص = -٢ س

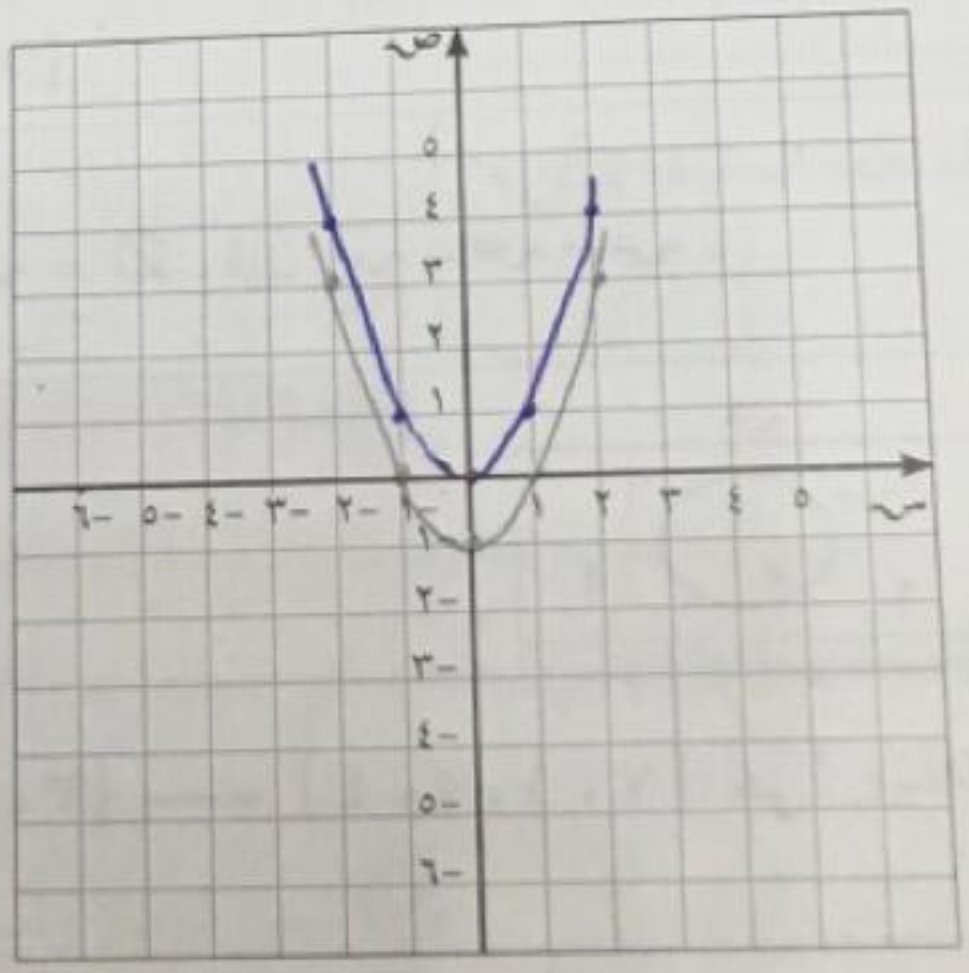
ص = -٢س			
س	-١	٠	١
ص	٢	٠	-٢



٨ مثِّل بيانيًّا : ص = س^{٢} + ٤ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}

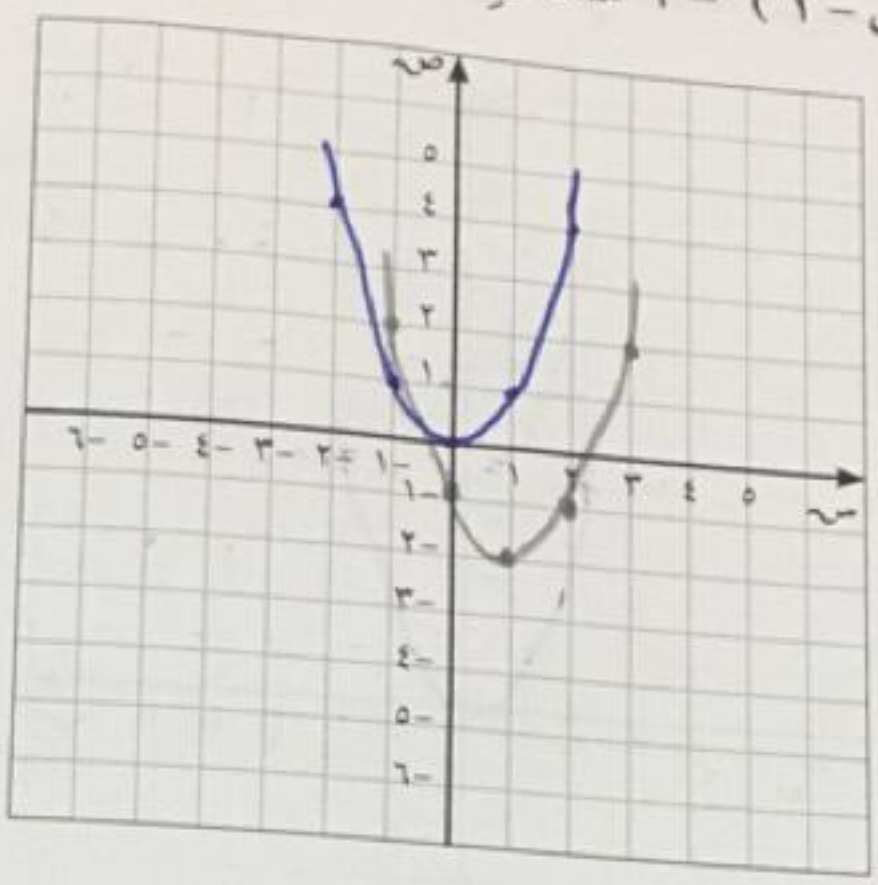


٩ مثِّل بيانيًّا : ص = − س^{٢} − ١ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}



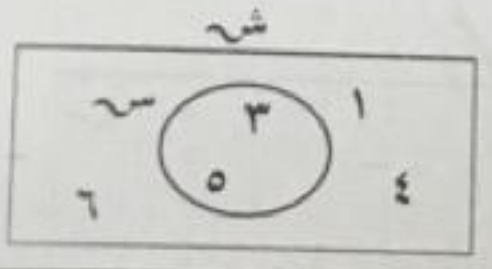
@math_for_life

١٠ مثّل بيانيًا : ص = (س - ١)^{٢} - ٢ مستخدِمًا التمثيل البياني للدالّة التربيعية ص = س^{٢}



ثانيًا : التمارين الموضوعية

أوّلًا : في البنود التالية ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة.

١ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٥} فإنّ س - ص = {٥}	(أ)	
٢ إذا كانت س ∩ ص = ∅ ، فإنّ س - ص = س	(ب)	
٣ من شكل ڤن المقابل : $\overline{س}$ = {٣ ، ٥} 	(ب)	
٤ التطبيق ت : {١ ، ٢ ، ٣} ⟵ {٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧} هو تطبيق شامل.	(أ)	
٥ لتكن س = {-١ ، ٠ ، ١} ، فإذا كان التطبيق ت : س ⟵ ص (ص مجموعة الأعداد الصحيحة) ، حيث ت (س) = س ، فإنّ ت تطبيق ليس شاملًا وليس متباينًا .	(أ)	

@math_for_life

ثانيًا : لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٦ إذا كانت س = { أ : أ عدد أوّلي < ٦ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، فإنّ ص − س =

(أ) { ٥ }　(ب) { ١ ، ٤ }　(جـ) { ٢ ، ٣ }　(د) { ٢ ، ٣ ، ٥ }

---

٧ إذا كانت المجموعة الشاملة ش = مجموعة عوامل العدد ٤ ، س = { ١ ، ٢ } ، فإنّ $\overline{س}$ =

(أ) { −١ ، −٢ }　(ب) { ١ ، ٢ }　(جـ) { ٤ }　(د) { ٤ ، −١ ، −٢ ، −٤ }

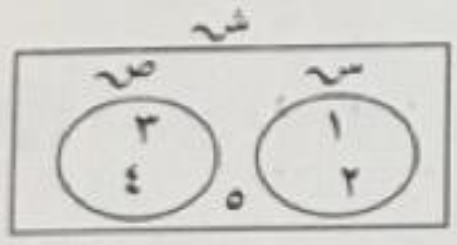
---

٨ إذا كانت المجموعة الشاملة ش = { −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ } ، ع = { ١ ، ٢ } ، ل = { ١ } ، فإنّ ع − $\overline{ل}$ =

(أ) { ١ }　(ب) { ٢ }　(جـ) { ١ ، ٠ ، −١ }　(د) { ٢ ، ٠ ، −١ }

---

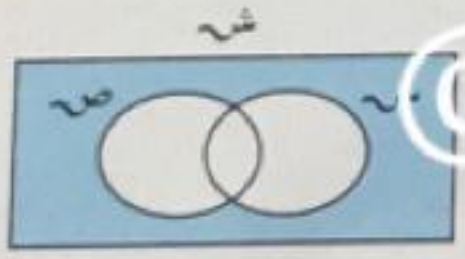
٩ من شكل ڤن المقابل : ($\overline{س}$ ∩ $\overline{ص}$) =



(أ) { ١ ، ٢ ، ٥ }　(ب) { ٥ }　(جـ) ∅　(د) { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

---

١٠ من شكل ڤن المقابِل المنطقة المظلَّلة تمثّل :



(أ) ($\overline{ص}$ ∩ $\overline{س}$)　(ب) س ∪ ص

(جـ) ($\overline{س}$ ∪ س)　(د) ($\overline{ص}$ ∪ $\overline{س}$)

---

١١ إذا كان التطبيق ن : ص ⟵ { ٥ } ، حيث (ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، ن (س) = ٥ . فإنّ ن تطبيق :

(أ) شامل ومتباين　(ب) ليس شاملًا وليس متباينًا

(جـ) شامل وليس متباينًا　(د) متباين وليس شاملًا

@math_for_life

١٢ التطبيق د : سـ ⟵ صـ (صـ هي مجموعة الأعداد الصحيحة) ، د (س) = س٢ ،
إذا كان د تطبيقًا متباينًا ، فإنّ سـ يمكن أن تساوي :

(أ) {-١ ، ٠ ، ١} (ب) {-٢ ، ٢ ، ٥} (جـ) {١ ، ٢ ، ٣} (د) {-٣ ، ١ ، ٣}

---

١٣ ليكن التطبيق ت : حـ ⟵ حـ ، حيث ت (س) = ٢س - ٣ . فإذا كان ت (م) = ٧ ، فإنّ م =

(أ) ٧ (ب) ٥ (جـ) ٤ (د) -٢

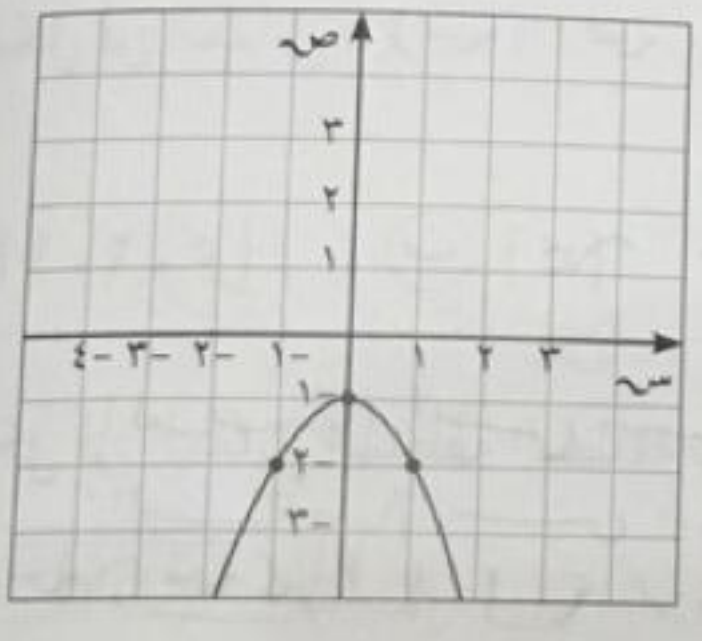
---

١٤ النقطة (٠ ، ٣) ∈ بيان الدالّة :

(أ) ص = ٢ س + ٣
(ب) ص = س
(جـ) ص = ٣ س + ١
(د) ص = ٣ س

---

١٥ الشكل المقابِل يمثّل بيان الدالّة :



(أ) ص = س٢ + ١
(ب) ص = - س٢ + ١
(جـ) ص = - (س٢ + ١)
(د) ص = س٢ - ١

---

١٦ بيان الدالّة ص = (س - ٣)٢ - ٥ ، يمثّل بيان الدالّة ص = س٢ تحت تأثير :

(أ) إزاحة أفقية بمقدار ٣ وحدات إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٥ وحدات إلى الأسفل.
(ب) إزاحة أفقية بمقدار ٣ وحدات إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٥ وحدات إلى الأسفل.
(جـ) إزاحة أفقية بمقدار ٥ وحدات إلى اليسار ، وإزاحة رأسية بمقدار ٣ وحدات إلى الأعلى.
(د) إزاحة أفقية بمقدار ٣ وحدات إلى اليمين ، وإزاحة رأسية بمقدار ٥ وحدات إلى الأعلى.

@math_for_life

الوحدة السابعة

المعادلات الخطّية والمتباينات الخطّية
Linear Equations and Linear Inequalities

المنحدرات
Slopes

إهداء من

أ. هبه يحيى

منطقة الجهراء التعليمية

مع تحيا ت

مجموعة قنوات

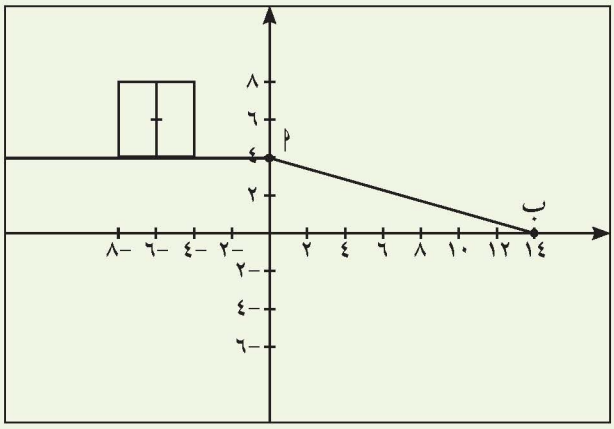
MidNight

مشروع الوحدة : (تصميم منحدر لذوي الاحتياجات الخاصّة)

دولة الكويت تُعَدّ من الدول الرائدة في مجال خدمة ورعاية وتأهيل ذوي الاحتياجات الخاصّة .
ومن مظاهر هذه الرعاية القوانين والشروط والمواصفات الخاصّة بتسهيل حركتهم داخل وخارج كلّ المباني لجميع مناطق الكويت ، وذلك بوضع المنحدرات المناسِبة ، وتكون ذات ميل مناسِب يسهّل حركتهم داخل وخارج المباني.

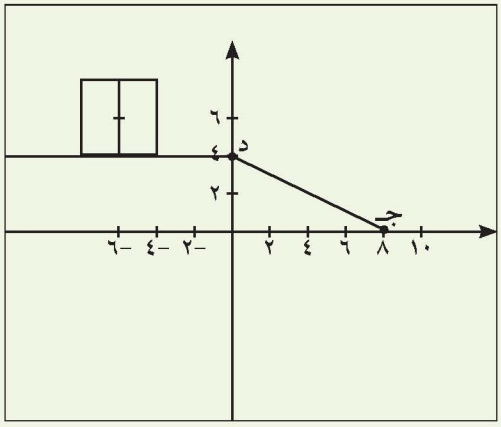
خطّة العمل :

قام مهندس بتصميم منحدرين لذوي الاحتياجات الخاصّة ، يريد اختيار الأنسب إنشاؤه لإحدى الدوائر الحكومية .
ساعِد المهندس على اختيار المنحدر المناسِب .



خطوات تنفيذ المشروع :

- اِبحث في شبكة الإنترنت عن المواصفات القياسية لمنحدر ذوي الاحتياجات الخاصّة .
- أُحسب ميل المنحدر في الشبكة الأولى والذي يمثّل $\overline{أب}$.
- أُحسب ميل المنحدر في الشبكة الثانية والذي يمثّل $\overline{د جـ}$.
- اِختر التصميم المناسِب .



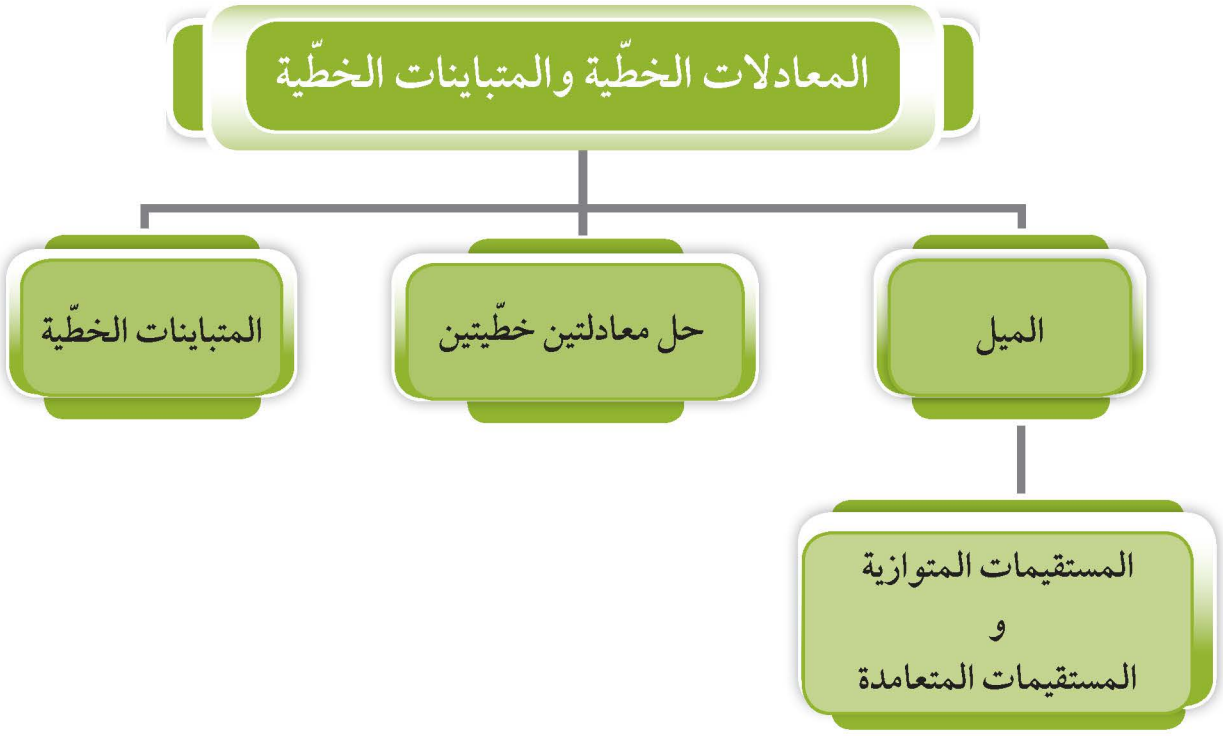
علاقات وتواصل :

- تتبادل المجموعات الأوراق وتتأكّد من صحّة التنفيذ .

عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

مخطَّط تنظيمي للوحدة السابعة

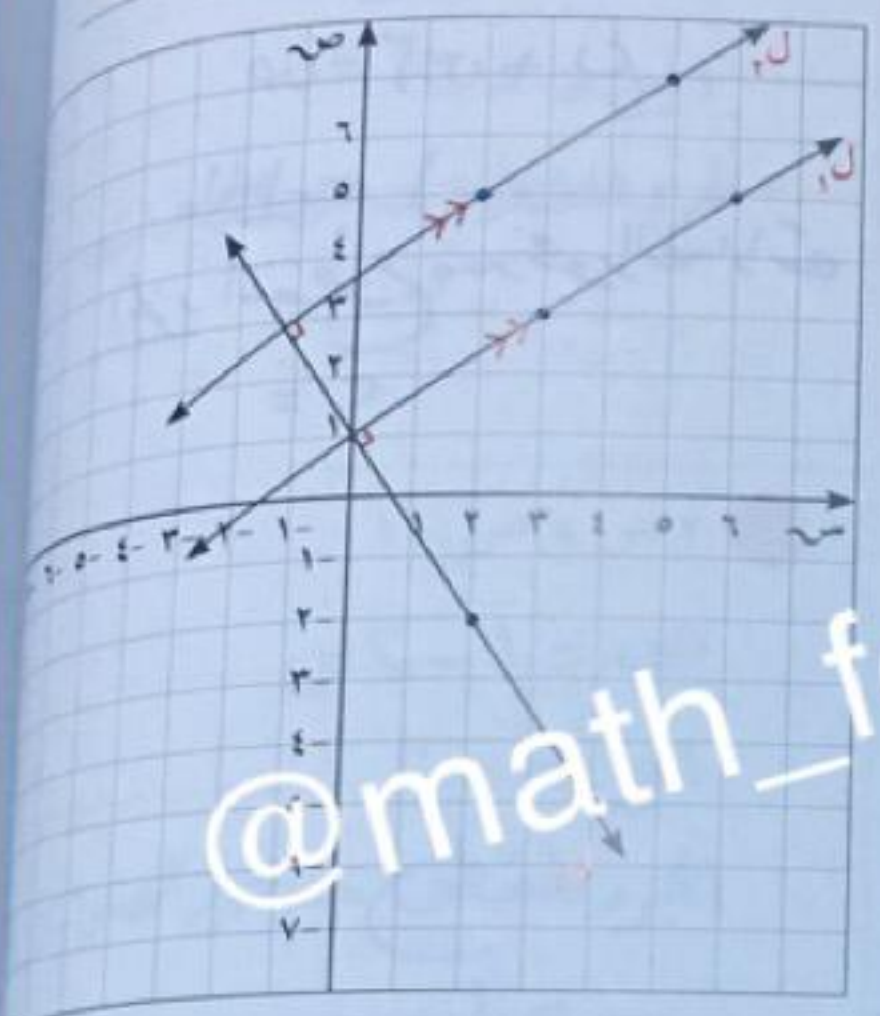


٧-٢ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة
Parallel Lines and Perpendicular Lines

سوف تتعلّم : المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة والعلاقة بين ميلها .

العبارات والمفردات :
المستقيمات المتوازية
Parallel Lines
المستقيمات المتعامدة
Perpendicular Lines

نشاط :



في الشكل المقابِل :

إذا كان $\overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_2}$ ، $\overleftrightarrow{ل_1} \perp \overleftrightarrow{ل_3}$ ،

$\overleftrightarrow{ل_2} \perp \overleftrightarrow{ل_3}$.

١ أوجِد ميل المستقيمات التالية :

أ $\overleftrightarrow{ل_1}$ ..... $\frac{٢}{٣}$

ب $\overleftrightarrow{ل_2}$ ..... $\frac{٢}{٣}$

جـ $\overleftrightarrow{ل_3}$ ..... $\frac{-٣}{٢}$

٢ أكمِل ما يلي :

أ $\overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_2}$

ميل $\overleftrightarrow{ل_1}$ = ... ميل $\overleftrightarrow{ل_2}$

ب $\overleftrightarrow{ل_1} \perp \overleftrightarrow{ل_3}$

ميل $\overleftrightarrow{ل_1}$ × ميل $\overleftrightarrow{ل_3}$

= $\frac{٢}{٣}$ × $\frac{-٣}{٢}$ = -١

جـ $\overleftrightarrow{ل_2} \perp \overleftrightarrow{ل_3}$

ميل $\overleftrightarrow{ل_2}$ × ميل $\overleftrightarrow{ل_3}$

= $\frac{٢}{٣}$ × $\frac{-٣}{٢}$ = -١

@math_for_life

ليكن م١ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_١}$ ، م٢ هو ميل $\overleftrightarrow{ل_٢}$:

- $\overleftrightarrow{ل_١} \parallel \overleftrightarrow{ل_٢} \Leftrightarrow$ م١ = م٢
- $\overleftrightarrow{ل_١} \perp \overleftrightarrow{ل_٢} \Leftrightarrow$ م١ × م٢ = −١ (أي أن : $م_١ = \frac{-١}{م_٢}$)

مثال (١) :

إذا كان $\overleftrightarrow{ن}$ يمرّ بالنقطتين أ(−٣، ٥) ، ب(−٤، ٣)،
وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = ٢ س + ٧ ، فأثبِت أنّ $\overleftrightarrow{ن} \parallel \overleftrightarrow{ك}$.

الحلّ :

∵ $\overleftrightarrow{ن}$ يمر بالنقطتين أ(−٣، ٥) ، ب(−٤، ٣)

∴ ميل $\overleftrightarrow{ن} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٥}{-٤ - (-٣)} = \frac{-٢}{-١} = ٢$

∵ معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = ٢ س + ٧

∴ ميل $\overleftrightarrow{ك} = ٢$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = ميل $\overleftrightarrow{ك}$

∴ $\overleftrightarrow{ن} \parallel \overleftrightarrow{ك}$

تدرّب (١) :

إذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو −٣ ، حدِّد أيًّا من المستقيمين التاليين يوازي $\overleftrightarrow{أب}$:

أ $\overleftrightarrow{جـ د}$ الذي يمرّ بالنقطتين :

جـ(٣، −١) ، د(١، −٧)

ميل $\overleftrightarrow{جـ د} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{-٧ - -١}{١ - ٣} = \frac{-٦}{-٢} = ٣$

لا يوازي $\overleftrightarrow{أب}$ لأن ميل $\overleftrightarrow{أب} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$

ب $\overleftrightarrow{ل ع}$ الذي معادلته :

٣ س + ص = ٥

نضع المعادلة على الصورة ص = ٣س + ن

ص = ٥ − ٣س

ميل $\overleftrightarrow{ل ع} = -٣$

$\overleftrightarrow{ل ع} \parallel \overleftrightarrow{أب}$ لأن ميل $\overleftrightarrow{ل ع}$ = ميل $\overleftrightarrow{أب}$

@math_for_life

مثال (٢) :

إذا كان $\overleftrightarrow{ل}$ يمرّ بالنقطتين ف (٤ ، ٦) ، ع (٦ ، ١)

وكانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = $\frac{٢}{٥}$ س − ٤ ، أثبِت أنّ $\overleftrightarrow{ل} \perp \overleftrightarrow{ك}$.

الحلّ :

∵ $\overleftrightarrow{ل}$ يمرّ بالنقطتين ف (٤ ، ٦) ، ع (٦ ، ١)

∴ ميل $\overleftrightarrow{ل}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{١ - ٦}{٤ - ٦}$

= $\frac{-٥}{٢}$

∵ معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = $\frac{٢}{٥}$ س − ٤

∴ ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = $\frac{٢}{٥}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ل}$ × ميل $\overleftrightarrow{ك}$

= $\frac{-٥}{٢} \times \frac{٢}{٥}$ = −١

∴ $\overleftrightarrow{ل} \perp \overleftrightarrow{ك}$

@math_for_life

تدرّب (٢) :

إذا كان ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ هو $\frac{١}{٤}$ ، حدِّد أيًّا من المستقيمين التاليين عمودي على $\overleftrightarrow{م ن}$.

أ $\overleftrightarrow{ع م}$ الذي معادلته :

٢ ص − ٨ س − ٣ = ٠

نضع المعادلة في صورة ص = م س + ن

$\frac{٤}{٢}$ ص = $\frac{٨}{٢}$ س + $\frac{٣}{٢}$

ص = ٤ س + $\frac{٣}{٢}$

ميل $\overleftrightarrow{ع م}$ = ٤

ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ × ميل $\overleftrightarrow{ع م}$ = ٤ × $\frac{١}{٤}$ = ١

∴ $\overleftrightarrow{ع م}$ غير عمودي على $\overleftrightarrow{م ن}$

ب $\overleftrightarrow{أ ب}$ الذي يمرّ بالنقطتين :

أ (٦ ، ٩) ، ب (٧ ، ٥)

ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٥ - ٩}{٧ - ٦}$ = $\frac{-٤}{١}$ = −٤

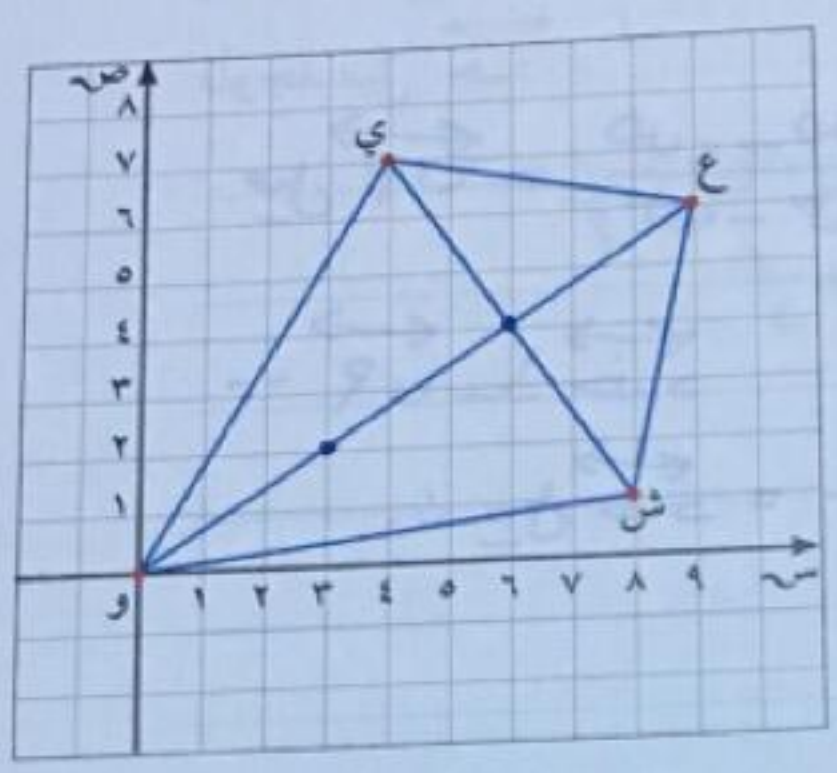
ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ × ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$

= $\frac{١}{٤} \times -٤$ = −١

∴ $\overleftrightarrow{أ ب} \perp \overleftrightarrow{م ن}$

تدرّب (٣) :

في الشكل المقابل : ع ش و ي شكل رباعي ، أثبِت أنّ قطريه متعامدان .



ميل $\overline{ع و} = \frac{٢}{٣}$

ميل $\overline{و ش} = -\frac{٣}{٢}$

ميل $\overline{ع و} \times$ ميل $\overline{و ش} = \frac{٢}{٣} \times \frac{-٣}{٢} = -١$

$\therefore \overline{ع و} \perp \overline{و ش}$

$\therefore$ قطرا الشكل الرباعي ع ش و ي متعامدان

مثال (٣) :

إذا كان $\overleftrightarrow{ن} \perp \overleftrightarrow{ل}$ ، ومعادلة $\overleftrightarrow{ل}$: ص = ٢ س + ١

أوجد ميل $\overleftrightarrow{ن}$.

الحلّ :

$\because$ معادلة $\overleftrightarrow{ل}$: ص = ٢ س + ١

$\therefore$ ميل $\overleftrightarrow{ل} = ٢$

$\because \overleftrightarrow{ن} \perp \overleftrightarrow{ل}$

$\therefore$ ميل $\overleftrightarrow{ن} = \frac{-١}{\text{ميل } \overleftrightarrow{ل}}$

$\therefore$ ميل $\overleftrightarrow{ن} = \frac{-١}{٢}$

@math_for__life

فكّر وناقش

هل المستقيم الذي معادلته ص = ٥ يوازي المستقيم المارّ بالنقطتين (-٣، ٢) ، (١، ٢) ؟ ولماذا ؟

تدرّب (٤) :

إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{أب}$ يمرّ بالنقطتين أ(٥، ٣) ، ب(٨، ٦).

فأوجِد ميل $\overleftrightarrow{جـد}$.

ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٦ - ٣}{٨ - ٥} = \frac{٣}{٣} = ١$

$\because \overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـد}$ ∴ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{-١}{\text{ميل } \overleftrightarrow{جـد}}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{جـد} = -١$

@math_for_life

تمـــرّنْ :

١ أكمِل ما يلي :

ميل $\overleftrightarrow{ل}$	ميل المستقيم الموازي له	ميل المستقيم العمودي عليه
٢	٢	$-\frac{١}{٢}$
$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٣}{٢}$	
$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	٤-
$\frac{٢}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	$-\frac{٥}{٢}$

٢ إذا كان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ هو ٤- ، فأيّ من المستقيمات التالية يوازي $\overleftrightarrow{أب}$:

أ $\overleftrightarrow{جـد}$ الذي يمرّ بالنقطتين :

جـ(٠، ٦) ، د(٤-، ٢)

ميل $\overleftrightarrow{جـد} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٢ - ٦}{٤- - ٠} = \frac{٤-}{٤-} = ١$

ميل $\overleftrightarrow{جـد} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{أب}$

∴ $\overleftrightarrow{جـد}$ لا يوازي $\overleftrightarrow{أب}$

ب $\overleftrightarrow{ع ل}$ الذي معادلته :

ص + ٤ س - ٥ = ٠

نضع المعادلة على صورة ص = م س + ب

ص = ٤- س + ٥

ميل $\overleftrightarrow{ع ل} = ٤-$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ع ل}$

∴ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{ع ل}$

٣ إذا كانت معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ص = ٤ س + ٣

ومعادلة $\overleftrightarrow{ن}$: ٤ ص − ١٦ س = ١ ، فهل المستقيمان متوازيان ؟ وضّح ذلك .

ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = ٤

معادلة $\overleftrightarrow{ن}$: $\frac{٤}{٤}$ ص = $\frac{١٦}{٤}$ س + $\frac{١}{٤}$

ص = ٤ س + $\frac{١}{٤}$

ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = ٤

∴ ميل $\overleftrightarrow{ك}$ = ميل $\overleftrightarrow{ن}$

∴ $\overleftrightarrow{ك}$ // $\overleftrightarrow{ن}$

٤ إذا كان $\overleftrightarrow{أ}$ يمرّ بالنقطتين (٨، ١) ، (٤، ٣)

ومعادلة $\overleftrightarrow{ب}$: ١٠ س − ٦ ص = −٥ ، فهل المستقيمان متعامدان ؟ وضّح ذلك .

ميل $\overleftrightarrow{أ}$ = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$ = $\frac{٤ - ١}{٣ - ٨}$ = $\frac{٣}{-٥}$ = $\frac{-٣}{٥}$

معادلة $\overleftrightarrow{ن}$: −٦ ص = −٥ − ١٠ س

$\frac{-٦}{-٦}$ ص = $\frac{١٠}{-٦}$ س + $\frac{-٥}{-٦}$

ص = $\frac{-٥}{٣}$ س + $\frac{٥}{٦}$

ميل $\overleftrightarrow{ن}$ = $\frac{-٥}{٣}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أ}$ × ميل $\overleftrightarrow{ب}$ = $\frac{-٣}{٥}$ × $\frac{-٥}{٣}$ = −١

∴ $\overleftrightarrow{أ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب}$

@math_for_life

٥ إذا كان $\overleftrightarrow{م ن}$ يمرّ بالنقطتين م(٢، ٦)، ن(٧، ٦)،
$\overleftrightarrow{هـ ط}$ يمرّ بالنقطتين هـ(٢، ١)، ط(٥، ١).

أثبت أنّ : $\overleftrightarrow{م ن}$ // $\overleftrightarrow{هـ ط}$.

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{م ن} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٦ - ٦}{٧ - ٢} = \frac{٠}{٥} = ٠$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{هـ ط} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{١ - ١}{٥ - ٢} = \frac{٠}{٣} = ٠$$

$$\therefore \text{ميل } \overleftrightarrow{م ن} = \text{ميل } \overleftrightarrow{هـ ط}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{م ن} \text{ // } \overleftrightarrow{هـ ط}$$

@math_for__life

٦ تحقَّقْ من تعامد $\overleftrightarrow{ل_1}$ الذي يمرّ بالنقطتين (٣، -٦)، (٧، ٦)
مع $\overleftrightarrow{ل_2}$ الذي يمرّ بالنقطتين (٣، ٤)، (-٦، ٧).

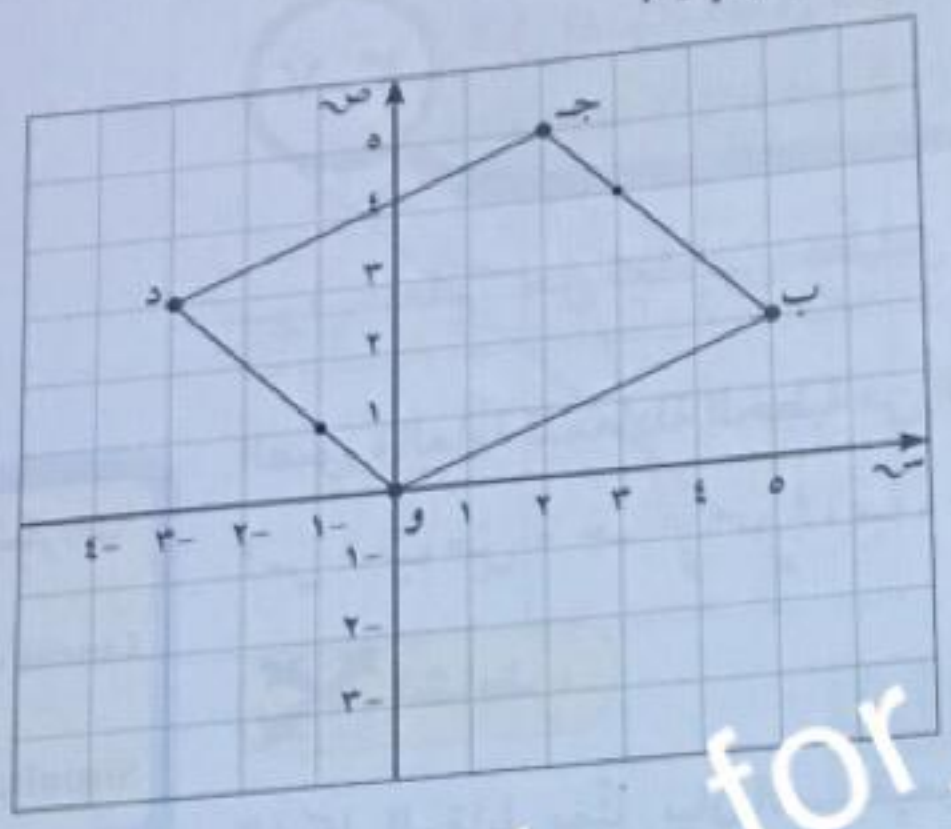
$$\text{ميل } \overleftrightarrow{ل_1} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٦ - (-٦)}{٧ - ٣} = \frac{١٢}{٤} = ٣$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{ل_2} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{٤ - ٧}{-٦ - ٣} = \frac{-٣}{-٩} = \frac{١}{٣}$$

$$\therefore \text{ميل } \overleftrightarrow{ل_1} \times \text{ميل } \overleftrightarrow{ل_2} = ٣ \times \frac{١}{٣} = ١$$

$$\therefore \overleftrightarrow{ل_1} \perp \overleftrightarrow{ل_2}$$

٧ في الشكل الرباعي و ب جـ د ، أثبِت أنّ : $\overline{وب} \parallel \overline{دجـ}$.



ميل $\overline{وب} = \frac{٢}{٥}$

ميل $\overline{دهـ} = \frac{٢}{٥}$

∵ ميل $\overline{وب}$ = ميل $\overline{دهـ}$

∴ $\overline{وب} \parallel \overline{دجـ}$

٨ إذا كان $\overleftrightarrow{ك} \perp \overleftrightarrow{ل}$ حيث معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: ٨ س − ٢ ص = ٩ ،
أوجِد ميل $\overleftrightarrow{ل}$.

معادلة $\overleftrightarrow{ك}$: $-٢ص = ٩ - ٨س$

$\frac{-٢}{-٢}ص = \frac{٨}{-٢}س - \frac{٩}{-٢}$

$ص = ٤س - \frac{٩}{٢}$

ميل $\overleftrightarrow{ك} = ٤$

∵ $\overleftrightarrow{ك} \perp \overleftrightarrow{ل}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{ل} = \frac{-١}{\text{ميل } \overleftrightarrow{ك}} = \frac{-١}{٤}$

@math_for_life